

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Дамир Д. Деветак

**ЕФЕКТИ ФЛУКТУАЦИЈА
ПОЧЕТНИХ СТАЊА У СУДАРИМА
 $PbPb$ и pPb У ЕКСПЕРИМЕНТУ CMS**

докторска дисертација

Београд, 2018.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF PHYSICS

Damir D. Devetak

**EFFECTS OF INITIAL-STATE
FLUCTUATIONS IN PbPb AND pPb
COLLISIONS AT THE CMS
EXPERIMENT**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018.

Ментор:

др Јован Милошевић,
виши научни сарадник, Институт за нуклеарне науке "Винча"

Чланови комисије:

др Петар Аџић, редовни професор
Физички факултет, Универзитет у Београду

др Маја Бурић, редовни професор
Физички факултет, Универзитет у Београду

др Љиљана Симић, научни саветник у пензији
Институт за физику

Датум одбране:

Захвалница

Мисао која је оставила утисак на мене су речи познатог писца Т. S. Eliot-а "колико год је наше очекивање извесно, моменат исхода може бити неочекиван" ("However certain our expectation The moment foreseen may be unexpected When it arrives"). Ове речи, у многоме, описују рад научника. Почетна идеја, навођена знањем и интуицијом исправности, показује правац али не и препреке и дужину пута. То је можда најбољи опис рада на овој тези. Срећом, препреке постају вредно искуство а неизвесност пута је само мера сваког правог успеха. Ипак, велики део успеха лежи и у помоћи људи који су пратили мој рад. Пре свега, захвалио бих се др. Јовану Милошевићу, руководиоцу тезе, који је од самог почетка дао своју пуну подршку. Својим знањем и сугестијама дао је велики допринос обликовању тезе, и показао у више наврата како решење увек постоји ако има довољно одлучности. Исто, искористио бих прилику да се захвалим проф. др. Петру Аџићу, оснивачу српске CMS групе, чији рад и присуство у CERN-у је отворило врата ове престижне институције многим студентима који су се пронашли у физици честица. Даље, споменуо бих моје драге пријатеље и колеге, Милоша Ђорђевића, Предрага Ђирковића и Милана Стојановића који су допринели одличној радној атмосфери унутар групе. Захвалио бих се др. Љиљани Симић на читању тезе и на корисним коментарима које је предложила. Велика захвалност иде мојој породици која је увек подржавала мој рад и циљеве.

ЕФЕКТИ ФЛУКТУАЦИЈА ПОЧЕТНИХ СТАЊА У СУДАРИМА PbPb и pPb У ЕКСПЕРИМЕНТУ CMS

Резиме

У овој тези представљена је систематска анализа нарушења факторизације дугодометних азимуталних дво-честичних корелација у производ једно-честичних анизотропија, као функција трансверзалног импулса (p_T) и псевдорapidитета (η) за обе честице, и као функција мултиплицитета у PbPb и pPb сударима. За анализу су коришћени подаци PbPb и pPb судара прикупљени на CMS експерименту при енергији центра масе 2.76 TeV и 5.02 TeV. Поред експерименталних података у анализи су коришћени PbPb подаци генерисани HYDJET++ моделом при истој енергији центра масе 2.76 TeV. Експериментални резултати су упоређени са предвиђањима релативистичких хидродинамичких модела за различите вредности количника вискозности и ентропије η/s и различите почетне геометрије судара. Резултати показују да се факторизација нарушава и за p_T и за η , са израженом зависношћу од централности и мултиплицитета судара. Као функција p_T , интензитет нарушења факторизације за други Fourier-ов хармоник достиже 20% за веома централне PbPb сударе, и драматично пада при смањивању мултиплицитета. Ови резултати су сагласни са предвиђањима релативистичке вискозне хидродинамике, која показује да је ефекат нарушења факторизације првенствено повезан са флукуацијама почетних стања унутар сударајућих језгара. Као функција η , ефекат је најслабији за семи-централне PbPb сударе, али постаје јачи за централније и периферније судара, као и за pPb сударе за догађаје са високим мултиплицитетом. Интензитет нарушења факторизације је квантификован Pearson-овим корелационим коефицијентом r_n , као функцијом дво-честичних Fourier хармоника рачунатих стандардном методом дво-честичних корелација. По први пут је коришћена анализа главних компоненти за издвајање различитих ортогоналних модова дво-честичних Fourier хармоника, који представљају нове опсервабле директно повезане са ефектом нарушења факторизације. Прва два мода дво-честичних корелација, тзв. "водећи ток" и "подток", рачунати су за елиптичке и триангуларне анизотропије у PbPb и pPb сударима у функцији p_T за различите централности и мултиплицитете. Резултати показују да је водећи ток практично еквивалентан анизотропном Fourier хармонику претходно добијеним стандардном методом дво-честичних корелација. Подток представља нову експерименталну опсерваблу и највише доприноси интензитету нарушења факторизације за високе вредности трансверзалног импулса. Веза између ових резултата и претходних резултата нарушења факторизације је дискутована. Елиптички и триангуларни модови рачунати су и са подацима генерисаним подацима HYDJET++ и

показују слично понашање као експериментални подаци. Анализа главних компоненти је такође примењена за флуктуације мултиплицитета, за PbPb сударе, где је исто видљив други мод. Сви добијени резултати се могу објаснити флуктуацијама почетних стања које су пресудне за моделовање релативистичких судара тешких језгара.

Кључне речи: судари тешких језгара, колективни ток, азимутална анизотропија, CMS експеримент, Велики хадронски сударац

Научна област: Физика

Ужа научна област: Физика високих енергија и нуклеарна физика

УДК број: 539.120.8

EFFECTS OF INITIAL-STATE FLUCTUATIONS IN PbPb AND pPb COLLISIONS AT THE CMS EXPERIMENT

Abstract

In this thesis systematic studies on factorization breaking of long-range azimuthal two-particle correlations into a product of single-particle anisotropies are presented, as a function of transverse momentum (p_T) and pseudorapidity (η) of both particles, and as a function of the particle multiplicity in PbPb and pPb collisions. Data used in this thesis are collected on the CMS experiment for PbPb and pPb collisions at center-of-mass energy of 2.76 TeV and 5.02 TeV, respectively. Furthermore, a heavy ion event generator HYDJET++ was used to generate data for PbPb collisions, at the same center-of-mass energy 2.76 TeV, in order to compare with real experimental data. Results are compared with relativistic hydrodynamical predictions for different ratio values of viscosity and entropy η/s and different initial-state geometry conditions. The results show that factorization is broken for both the p_T and η , with strong collision centrality and multiplicity dependence. As a function of p_T , the magnitude of the factorization breakdown for the second Fourier harmonic reaches 20% for very central PbPb collisions but decreases rapidly as the multiplicity decreases. These results are consistent with relativistic viscous hydrodynamic calculations, which suggest that the effect of factorization breaking is primarily sensitive to the initial-state fluctuations present in the nuclei. As a function of η , the effect is found to be weakest for mid-central PbPb events but becomes larger for more central or peripheral PbPb collisions, and also for very high-multiplicity pPb collisions. The magnitude of factorization breaking is quantified by the Pearson correlation coefficient r_n , as a function of two-particle Fourier harmonics calculated using the standard two-particle correlation method. For the first time a principal-component analysis is used to separate out different orthogonal modes of the two-particle Fourier harmonics, which represent new observables brought in direct connection with the effect of factorization breaking. The first two modes (called "leading" and "subleading" flow) of two-particle correlations are presented for elliptical and triangular anisotropies in PbPb and pPb collisions as a function of p_T for different centrality and multiplicity ranges. The leading mode is found to be essentially equivalent to the anisotropy Fourier harmonic previously extracted from the standard two-particle correlation method. The subleading mode represents a new experimental observable and is shown to account for a large fraction of the factorization breaking observed at high transverse momentum. The connection of these new results to previous studies of factorization is also presented. For comparison reasons, elliptical and triangular mode calculations are also conducted for the HYDJET++ generated data. The HYDJET++

results show similar behaviour similar to the one seen in the real data. The principal-component analysis technique has also been applied to multiplicity fluctuations, for PbPb collisions, where a subleading mode is also seen. All obtained results can be understood in frames of initial-state fluctuations which are essential in modeling relativistic heavy ion collisions.

Keywords: heavy ion collisions, collective flow, azimuthal anisotropy, CMS experiment, LHC

Scientific field: Physics

Subfield: High energy physics and nuclear physics

UDK number: 539.120.8

Садржај

Увод	1
1 Стандардни модел	3
1.1 Физика честица и Стандардни модел	3
1.2 Фермиони	4
1.3 Бозони	6
1.4 Квантна хромодинамика	7
1.4.1 Кваркови и глуони	7
1.4.2 Лагранжијан квантне хромодинамике	9
1.4.3 Ефекат асимптотске слободе	10
1.5 Кварк-глуонска плазма	13
1.6 Фазе QCD материје	14
1.6.1 Hagedorn-ова температура	15
1.6.2 MIT <i>bag</i> модел	16
1.6.3 Метод QCD решетке	17
2 Судари тешких језгара и кварк-глуонска плазма	20
2.1 Кварк-глуонска плазма у судару тешких језгара и раном универзуму .	20
2.2 Карактеристична времена при образовању кварк-глуонске плазме у судару тешких језгара	22
2.3 Експериментални програм за изучавање кварк-глуонске плазме	23
2.3.1 Експерименталне опсервабле	23
3 Релативистичка хидродинамика	27
3.1 Monte Carlo симулација језгро-језгро судара	27
3.2 Хидродинамика и кварк-глуонска плазма	28
3.3 Почетни услови	29
3.3.1 Геометрија судара	29
3.3.2 Почетни Glauber-ови услови	30
3.3.3 Почетни KLN услови	31
3.4 Вискозност и хидродинамичка еволуција	32
3.5 Заmrзавање "Freeze-out"	34
4 Експеримент CMS	36
4.1 Велики хадронски сударац	36
4.2 Експеримент CMS	36
4.3 Координатни систем	37

4.3.1	Рапидитет	38
4.3.2	Псеудорапидитет	39
4.4	Соленоид и тракер	41
4.5	Електромагнетски калориметар	42
4.6	Хадронски калориметар	43
4.7	Мионски систем	44
5	Прикупљање података и систем селекције	45
5.1	Тригер систем	45
5.1.1	L1 Тригер	45
5.1.2	HLT Тригер	47
5.2	Подаци CMS коришћени у анализи	48
5.3	Подаци PbPb	48
5.4	Подаци pPb	49
6	Ток и корелације честица	50
6.1	Ток и просторна анизотропија	50
6.2	Ексцентрицитет почетне геометрије области судара	53
6.3	Виши хармоници	54
6.4	Флуктуације тока по догађају	56
6.5	Дво-честичне корелације	57
6.6	Кумуланти и корелације вишег реда	59
6.7	Метод дво-честичних корелација	61
6.7.1	Дво-честична дво-димензионална корелациона функција	61
6.7.2	Директно рачунање хармоника	64
6.8	Нарушење факторизације	66
6.8.1	Нарушење факторизације у функцији p_T	66
6.8.2	Нарушење факторизације у функцији псеудорапидитета	67
7	Подтокови и флуктуације почетних стања	70
7.1	Анализа главних компоненти	70
7.2	Дво-честичне корелације и PCA	71
7.2.1	Нарушење факторизације и подток	73
7.2.2	Флуктуације мултиплицитета	75
7.3	Систематика	75
7.3.1	Интерпретација подтока	76
8	Резултати са CMS подацима	79
8.1	Нарушење факторизације по p_T	79
8.1.1	Резултати анализе у сударима PbPb	79
8.1.2	Резултати анализе у сударима pPb	82
8.1.3	Поређење pPb и PbPb података	83
8.1.4	Факторизација у функцији мултиплицитета	84
8.2	Нарушење факторизације по η	85
8.2.1	Анализа PbPb података	85
8.2.2	Анализа pPb података	88
8.2.3	Поређење резултата у сударима pPb и PbPb	89
8.3	Резултати PCA са експерименталним подацима	91

8.3.1	Анализа PbPb података	91
8.3.2	Анализа pPb података	93
8.3.3	Реконструкција r_n коефицијента	94
8.3.4	Флуктуација мултиплицитета	97
9	РСА резултати судара PbPb генерисаних HYDJET++ моделом	99
9.1	Monte Carlo HYDJET++	99
9.2	Дво-честичне корелационе функције	100
9.3	Резултати анализе HYDJET++ PbPb података за "flow + quenched jets" случај	101
9.4	Резултати анализе HYDJET++ PbPb података за "flow only" случај	104
9.5	Реконструкција r_n коефицијента	106
	Закључак	108
	Литература	111
A	Додатак	119
A.1	Квантни бројеви	119
A.2	Шеме кварк модела	119
A.3	Вакуумске флуктуације	120
A.4	Gell-mann-ове матрице	121
A.5	Судар снопова у систему центра масе	121
A.6	Рapidитет као хиперболички угао	122
A.7	Извођење псевдорapidитета	123
A.8	Хеликс трајекторија	123
A.9	Ефекат рамена	125
A.10	Директно рачунање хармоника	126
A.11	Ексцентрицитет учесника	126
A.12	Апроксимација Pearson-овог коефицијента	127
	Биографија и библиографија	128

Увод

Резултати истраживања у приложеној тези припадају области експерименталне физике судара тешких језгара ¹ на ултарелативистичким енергијама достигнутим на Великом хадронском сударачу LHC (енг. *Large Hadron Collider*) у CERN-у (фран. *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*). Премда је овај сударач конструисан првенствено за убрзавање протона, током новембра и децембра 2010 и 2011 године убрзавана су језгра олова до енергије 2.76 TeV по пару нуклеона. Главни циљ програма на LHC-у са сударима тешких језгара је изучавање својстава кварк-глуонске плазме QGP (енг. *quark-gluon plasma*), новог стања јако интерагујуће материје за које се претпоставља да постоји на екстремно високим температурама и густинама. Такође, изучавање ових судара је значајно за даљи развој и тестирање фундаменталне теорије јаких интеракције, квантне хромодинамике QCD (енг. *quantum chromodynamics*). Дискретна квантна хромодинамика (метод QCD решетке), која третира интеракцију између партона непертурбативно, предвиђа фазни прелаз хадронске материје у кварк-глуонску плазму. Очекује се да је ова форма материје креирана за време међуфазе судара тешких језгара на ултарелативистичким енергијама за врло кратко време и само у стању локалне термалне равнотеже. Кварк-глуонска плазма је јако интерагујућа средина (радијуса ~ 10 fm) која показује одлике скоро идеалног флуида. Тиме, релативистичка хидродинамика представља успешан теоријски оквир за третирање еволуције кварк-глуонске плазме у режиму тзв. меких процеса ($p_T \lesssim 3$ GeV/c). У оквиру експеримента, анализом коначног спектра детектованих наелектрисаних хадрона судара могу се индиректно тестирати особине кварк-глуонске плазме.

У овој тези су анализирани ефекти флукуација почетних стања у олово-олово (PbPb) и протон-олово (pPb) сударима коришћењем метода двочестичних корелација. За анализу су коришћени подаци прикупљени на CMS експерименту у PbPb и pPb сударима при енергији центра масе 2.76 TeV и 5.02 TeV. Такође, коришћени

¹тј. физике језгро-језгро интеракција на високим енергијама.

су Monte Carlo подаци симулирани генератором HYDJET++ на истој енергији центра масе 2.76 TeV. Главни ефекат у експерименту, који настаје као последица колективног понашања кварк-глуонске плазме, је присутна просторна анизотропија емитованих хадрона која се квантификује опсерваблом тока. За потпуни опис тока неопходно је у целости разумети флукуације почетних стања унутар сударајућих језгара, што је и главна тема овог докторског рада.

Поред Увода теза садржи још девет поглавља. У Пoglављу 1 дат је преглед физике честице у оквиру Стандардног модела и разматрана су својства јако интерагујуће материје, QCD материје, у условима екстремних температура и притисака. Такође, дат је и кратак осврт на феноменолошке моделе који су предвиђали постојање критичне температуре за прелаз хадронске материје у различита стања. У Пoglављу 2 описане су различите фазе судара тешких језгара, које укључују и различите форме хадронске материје. Описано је и на који начин је могуће интерпретирати сударе тешких језгара у лабораторијским експериментима као "мали прасак" који делимично понавља историју Великог праска. Дат је и преглед експерименталног програма за изучавање кварк-глуонске плазме. Пoglавље 3 садржи опис модела релативистичке хидродинамике који је коришћен за поређење са експерименталним резултатима у тези. У петом поглављу дат је опис детектора CMS и начин прикупљања података коришћених за анализу. Пoglавља 6 и 7 дају детаљан преглед методологије рада са дефиницијама опсервабли које су мерене у датом раду. У Пoglављу 8 су детаљно представљени и дискутовани резултати. У Пoglављу 9, а у циљу поређења са експерименталним резултатима, изложени су резултати анализе главних компоненти са вредностима водећег тока и подтока добијени са подацима генерисаним HYDJET++ моделом.

Стандардни модел

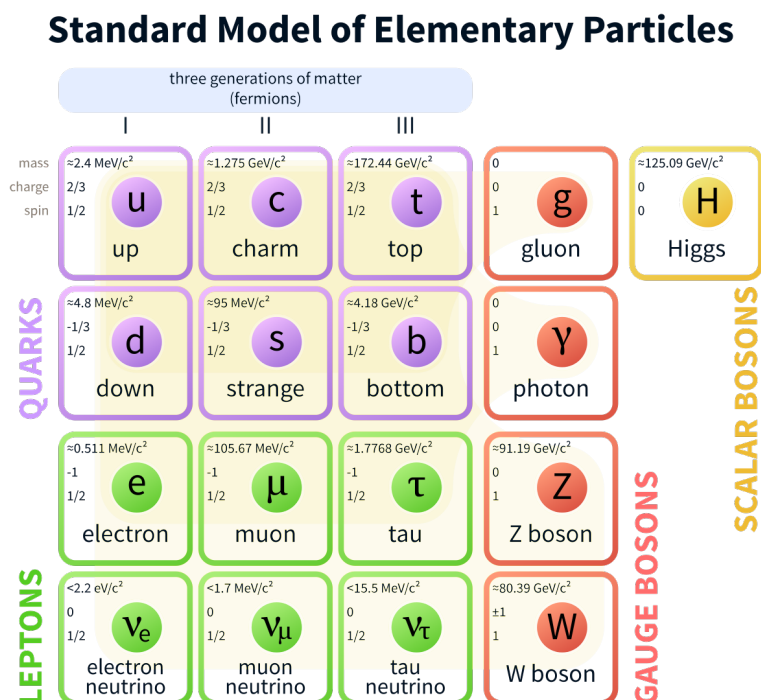
1.1 Физика честица и Стандардни модел

Физика честица је област физике која изучава елементарне честице (основне градивне јединице) материје и преносиоце фундаменталних интеракција. Појам "елементарне" се односи на претпоставку да дате честице немају додатну подструктуру у оквирима садашњих експерименталних и теоријских сазнања. На основу минималног скупа елементарних честица могу се градити и изучавати све остале композитне честице. У оквирима експеримента, савремени назив за ову област је физика високих енергија НЕР (енг. *high energy physics*) услед коришћења судара високо енергетских честица као механизма за тестирање структуре и интеракција између честица. У оквирима теорије, свеобухватни модел који успешно описује највећи део расположивих експерименталних резултата је тзв. Стандардни модел. Према Стандардном моделу, све елементарне честице се могу поделити на фермионе и бозоне, који се пре свега разликују по вредности спина. На Сл. 1.1 класификовани су сви елементарни фермиони и бозони у Стандардном моделу. Фермиони су честице са полупелим спином и представљају градивне јединице материје, док су бозони честице са целим спином и представљају преносиоце фундаменталних интеракција. Бозонима припада и скаларни Higgs бозон, спин-0 честица, откривена 2012 у CERN-у, са Higgs-овим пољем чије присуство генерише масе елементарних честица. Стандардни модел успешно описује слабу, јаку и електромагнетну интеракцију, али не укључује опис гравитационе интеракције. Формално, Стандардни модел је градијентно ¹ инваријантна квантна теорија поља која садржи следеће унутрашње симетрије:

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y, \quad (1.1)$$

¹енг. *gauge*.

где је $SU(3)_C$ градијентна група која одговара јакој интеракцији генерисаној бојом C^2 (енг. *color*), $SU(2)_L$ градијентна група која одговара слабој интеракцији (поље интерагује само са леворуким фермионима, енг. *Left-handed*) и $U(1)_Y$ унитарна градијентна група везана за електромагнетну интеракцију са хипер наелектрисањем Y^3 . Захтев да постоји градијентна симетрија (која подразумева инваријантност латранжијана), ограничава теорију и даје могућност да се изолују тзв. безмасени градијентни бозони који представљају тражене преносиоце фундаменталних интеракција. Додатни механизам нарушења симетрије даје могућност да се генерише маса за бозоне.



Слика 1.1: Елементарне честице у Стандардном моделу подељене на фермионе и бозоне. Фермиони су груписани у три генерације уређене према растућој маси честица.

1.2 Фермиони

Фермиони су честице са полуцелим спином $s = (1/2, 3/2, \dots)$ које задовољавају Fermi-Dirac-ову статистику. Fermi-Dirac-ова статистика описује равнотежни систем

²боја C је својство кваркова и глюона уведено у теорији јаких интеракција - Квантној хромодинамици, Одељак 1.4.

³ Y је квантни број који карактерише изотопски мултиплет и једнак је удвојеном средњем наелектрисању (у јединицама e) честица које чине мултиплет.

неинтерагујућих идентичних фермиона који задовољавају Pauli-јев принцип искључења. Према овом принципу, два или више идентичних фермиона не могу истовремено заузимати исто квантно стање унутар датог квантног система. Математички, ово значи да је таласна функција која описује ансамбал фермиона антисиметрична, односно да при замени било ког пара фермиона долази до промене знака тј.

$$\Psi^F(1, \dots, i, \dots, j, \dots, N) = -\Psi^F(1, \dots, j, \dots, i, \dots, N). \quad (1.2)$$

У елементарне фермионе спадају шест лептона и шест кваркова. Листа елементарних кваркова и лептона са њихових одликама дата је у Табелама 1.1 и 1.2. Даље, Стандардни модел предвиђа да за сваки фермион постоји одговарајућа античестица (антифермион) исте масе и спина али супротног наелектрисања и магнетног момента релативно у односу на спин. Од наелектрисаних лептона само су електрон e^- и његова античестица позитрон e^+ стабилни. За разлику од електрона, мион μ^- и тау τ^- , са својим античестицама, имају знатно већу масу и нестабилни су, тако да се за врло кратко време распадају на лакше наелектрисане и неутралне лептоне (због очувања лептонског броја). Сваком лептону придружује се одговарајућа неутрална честица неутрино: ν_e , ν_μ и ν_τ (исто, за важи и за античестице: e^+ , μ^+ , τ^+ којима се придружују антинеутрина $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$ и $\bar{\nu}_\tau$). Иначе, неутрини су честице које још увек недовољно познајемо. Не учествују ни у јакој ни у електромагнетној интеракцији већ само у слабој која је врло слабог интензитета. Како неутрини слабо интерагују са материјом, пролазе огромна растојања због чега их врло тешко детектујемо у експерименту.

Поред спина, масе и наелектрисања кваркови имају и споменути квантни број "боју". Боја може да се представи као наелектрисање (набој) јаке силе, еквивалентно електромагнетном наелектрисању које одговара Coulomb-новој сили. Кваркови се увек појављују у везаним стањима градећи сложеније честице које се називају хадрони. Хадрони су подељени на барионе, који се састоје од три кварка (qqq), и мезоне који се састоје од кварка и антикварка (q \bar{q}). Кваркови су једине честице које интерагују са свим фундаменталним пољима. Експериментално испитивање кваркова у слободном стању је немогуће услед QCD ефекта "заробљавања" који представља емпиријску чињеницу да само безбојна стања могу бити изолована тј. слободна. Према QCD фазном дијаграму (детаљно описан у Одељку 1.6) кваркови су или везани унутар безбојног хадронског стања или формирају ново стање материје тзв. "кварк-глуонску плазму" која у средњем такође представља безбојно стање.

ТАБЕЛА 1.1: Врсте кваркова и њихова својства.

Кварк	$Q/ e $	Маса($\times c^2$)
Up(u)	2/3	$2.2^{+0.6}_{-0.4}$ MeV
Down(d)	-1/3	$4.7^{+0.5}_{-0.4}$ MeV
Charm(c)	2/3	1.28 ± 0.03 GeV
Strange(s)	-1/3	96^{+8}_{-4} MeV
Top(t)	2/3	173.1 ± 0.6 GeV
Bottom(b)	-1/3	$4.18^{+0.04}_{-0.03}$ GeV

ТАБЕЛА 1.2: Врсте лептона и њихова својства.

Лептон	$Q/ e $	Маса(MeV/ c^2)	време распада (s)
Електрон(e^-)	-1	0.511	∞
Електрон неутрино(ν_e)	0	$< 3 \times 10^{-6}$	
Мион(μ)	-1	105.658	2.197×10^{-6}
Мион неутрино(ν_μ)	0		
Тау(τ)	-1	1777	$(291.0 \pm 1.5) \times 10^{-15}$
Тау неутрино(ν_τ)	0		

1.3 Бозони

Бозони су честице са целобројним спином $s = (0, 1, \dots)$, које задовољавају Bose-Einstein-ову статистику. Дата статистика описује равнотежни систем неинтерагујућих идентичних бозона који, за разлику од фермиона, могу заузети иста квантна стања. Као последица, таласна функција која описује ансамбал идентичних бозона је симетрична на замену било ког пара идентичних бозона. Бозони су преносиоци фундаменталних поља. Према квантној теорији, пренос интеракције путем фундаменталног поља између две честице се дефинише механизмом размене одређеног кванта тј. бозона. Пошто квант носи импулс и енергију (ΔE), закони одржања су испуњени само ако се размена кванта деси унутар временског интервала Δt датог принципом неодређености $\Delta E \Delta t \simeq \hbar$. Овакви бозони се називају виртуалним и нису директно (експериментално) видљиви.

Преносиоц електромагнетног поља је безмасени фотон, вектор честица спина $s = 1$. Фотон се везује за електрон амплитудом $\sqrt{\alpha}$, дато константом везе $\alpha \approx 1/137$. Емитовање или апсорпција фотона од стране слободног електрона је немогућа због нарушавања закона одржања енергије и импулса. Пример где је ово могуће је случај фотоелектричног ефекта где је одржање импулса везано за цео атом. У случају слабе интеракције, преносиоци су тешки W^\pm, Z вектор бозони откривени у CERN-у

ТАБЕЛА 1.3: Врсте фундаменталних интеракција и одговарајући бозонски преносиоци. Релативно поређење јачина интеракција је груба процена за систем два протона.

Интеракционо поље	Бозон	Спин	Јачина
Јако	глуон	1	1
Електромагнетно	фотон	1	10^{-2}
Слабо	W^{\pm}, Z	1	10^{-7}
Гравитационо	гравитон "постулирано"	2	10^{-39}

1983 год. Према Табели 1.3 константа слабе интеракције је за фактор 10^{-5} мања од електромагнетне константе α . Услед велике масе W^{\pm}, Z бозона, слаба интеракције је кратког домета. Према принципу неодређености, честица масе M може постајати као део прелазног стања за време \hbar/Mc^2 , прелазећи за тај интервал растојање од $\hbar c/Mc^2$. Узимајући за масе бозона $M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$ и $M_Z \approx 90 \text{ GeV}/c^2$, домет⁴ слабе интеракције је $\sim 10^{-3} \text{ fm}$. Преносиоци јаке интеракције су осам безмасених глуона који носе набој боје и тиме могу међусобно да интерагују. Дати атрибут "јака" сила одговара највећој вредности константе везе α_s јаког поља у односу на сва остала. Нулта маса глуона може да упути на бесконачни домет (пропагацију) јаке силе али услед међусобне интеракције глуона ствара се ефекат асимптотске слободе који ограничава домет на пар фемтометра.

1.4 Квантна хромодинамика

1.4.1 Кваркови и глуони

Педесетих и шездесетих година година прошлог века у експериментима са космичким зрацима и на акцелераторима откривен је читав спектар нових честица чије постојање до тада теорија није предвиђала. Примери тога су четири делта резонанце ($\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$), шест хиперона ($\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0, \Lambda^0$) и четири каона (K^+, K^0, \bar{K}^0, K^-). Према вредности спина, делта и хиперон честице припадају барионима (полупуцели спин), а каони мезонима (целобројни спин). Толики број нових честица је јасно указивао на чињеницу да све не могу бити елементарне. Први значајан корак, у класификацији честица, постижу Ne'eman [1] и Gell-mann [2] уводећи одвојено шеме честица засноване на $SU(3)$ групи као проширење изоспин групе $SU(2)$. Према овој класификацији, шест хиперона су постављена на октету (Додатак А.2), заједно са два нуклеона (p, n). Међутим, било је откривено укупно девет резонанци (укључујући и четири делта резонанце) што није припадало октету. Због

⁴Према конверзији у SI, $\frac{\hbar}{Mc} = \frac{1}{80} \cdot 10^{-3} \text{ MeV}^{-1} = \frac{1}{80} \cdot 10^{-3} \cdot 197 \text{ fm} \approx 2 \times 10^{-3} \text{ fm}$.

тога, Ne'eman и Gell-mann дају претпоставку да недостаје честица са којом би се направио декуплет што је и потврђено 1964 год., открићем Ω^- честице у лабораторији Brookhaven. Коначно, Gell-mann и Zweig 1964 год. независно предлажу нову шему за класификацију хадрона – кварк модел. У овом моделу уводе се три нове честице -кваркови: u , d и s , које граде барионе и мезоне према датим шемама. Дати триплет представља фундаменталну репрезентацију $SU(3)$ групе и по конструкцији, бариони су везана стања три кварка qqq и мезони везана стања кварк-антикварк $q\bar{q}$. Оваква $SU(3)$ симетрија није егзактна пошто су масе класификованих честица приближне, али нарушење $SU(3)$ симетрије се може одредити управо према маси конститутивних кваркова ($m_s > m_u \approx m_d$).

Независно од кварк модела, Feunman предлаже Партонски модел [3] по коме се хадрони састоје од бројних тачкастих честица - партона. Овај модел је уведен за анализу судара хадрона на високим енергијама и одмах је био коришћен за третирање резултата експеримената са дубоко нееластичним електрон протон расејањем [4, 5]. Успех датог партонског модела је ишао у прилог постојању кваркова. Ипак, Кварк модел је имао проблем да објасни честицу $\Omega^- (sss)$ у основном стању са три s кварка. Пошто је честица у основном стању, одговарајућа таласна функција $\Psi_q = |sss\rangle |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$ треба да буде симетрична (за пуну таласну функцију треба урачунати и компоненту простора Ψ_r која је симетрична за основно стање). Прецизније, заменом било ког пара кваркова таласна функција остаје непромењена што је у супротности са Pauli-јевим принципом искључења који захтева анти-симетричну функцију за фермионе. Решење овог проблема било је увођење новог својства кваркова, тзв. "боја" набоја (енг. *color charge*). Боја узима три вредности: red, blue, green, тј. r , b , g , чиме се гради егзактна $SU(3)_C$ симетрија. На основу овога, у таласну функцију додаје се нова компонента боје као синглети (у суми безбојна стања) дате $SU(3)_C$ групе. За барионе, компонента боје је анти-симетрична на промену било ког пара тј.

$$\Psi_c^{barion}(1, 2, 3) = \frac{1}{\sqrt{6}}(rgb - grb + brg - rbg + gbr - bgr), \quad (1.3)$$

где се мења знак функције при замени било ког пара индекса (пример, $\Psi_c(k, l, m) = -\Psi_c(k, m, l)$). За случај мезона, компонента боје у таласној функцији је облика

$$\Psi_c^{meson}(1, 2) = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}), \quad (1.4)$$

која је симетрична на замену пара индекса.

1.4.2 Лагранжијан квантне хромодинамике

Након успеха квантне електродинимике QED (енг. *quantum electrodynamics*) као градијентне теорије са $U(1)_Y$ симетријом, гради се квантна хромодинамика QCD (енг. *quantum chromodynamics*) као теорија јаке интеракције која користи $SU(3)_C$ боја групу као градијентну симетрију. Избор градијентне групе је дефинисан на основу две емпиријске чињенице: генерације кваркова су боја триплети и сви познати хадрони су боја синглети тј. безбојни. Поред $SU(3)$ групе могу се узети у обзир још два кандидата, $U(3)$ и $SO(3)$. Ипак, испоставља се да ове две групе нису у сагласности са експерименталним чињеницама. Применом $SO(3)$ групе не разликује се боја и антибоја, чиме су и кварк-кварк и кварк-антикварк интеракције идентичне. Ово би довело до постојања мезонског стања кварк-кварк са нецелобројним наелектрисањем. Група $U(3)$ даје декомпозицију $U(1) \otimes S(3)$, што би значило да поред осам глуона постоји додатни градијентни бозон, супротно експерименталним подацима [6]. Тиме, избор градијентне групе је $SU(3)$ где је лагранжијан квантне хромодинамике дефинисан као

$$\mathcal{L}_{qcd} = \sum_f \bar{q}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) q_f - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}. \quad (1.5)$$

Овде, q_f је кварк поље за шест врста (u, d, c, s, t, b) кваркова дато индексом f са одговарајућом масом m_f . У датом лагранжијану, изостављена су два индекса за кварк поље зарад једноставности. Први је спинор индекс са четири компоненте ⁵, а други је боја индекс са три компоненте. Члан D_μ је коваријантни извод дат са

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu, \quad (1.6)$$

где је A_μ глуонско поље дефинисано са 3×3 матрицом. Дата матрица глуонског поља може да се развије у ред $A_\mu = 1/2 \sum_{a=1}^8 \lambda^a A_\mu^a$, користећи Gell-mann-ове матрице које представљају генераторе ротације $SU(3)$ групе (вредности и особине Gell-mann-ових матрица дате су у Додатку А.4). Даље, параметар g је тзв. градијентна константа везе. Коначно, члан $\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$ се односи на динамику глуонског поља. Дати члан се дефинише путем тензора јачине поља $G_{\mu\nu}^a$ као функција глуонског поља

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (1.7)$$

где је f^{abc} тзв. антисиметрична структурна константа, са могућим комбинацијама наведеним у Табели 1.4. Познавајући лагранжијан QCD-а може се изучавати кварк-кварк интеракција.

⁵Опште решење Dirac-ове једначине за спин-1/2 честицу.

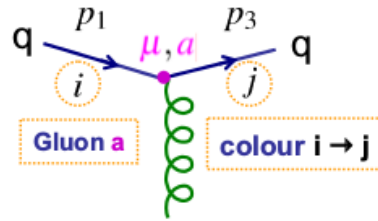
ТАБЕЛА 1.4: Вредности антисиметричне структурне константе.

$f_{123} = 1$
$f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{516} = f_{637} = \frac{1}{2}$
$f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Кваркови интерагују разменом глюона при чему је кварк-глуон интеракција у лагранжијану дата са чланом

$$L_{int} = -\frac{g}{2} A_\mu^a \bar{q}_f \gamma^\mu \lambda^a q_f. \quad (1.8)$$

Оваква једна интеракције је приказан на Сл. 1.2, где долази до прелаза кварка са бојом i у кварк са бојом j разменом глюона a .



Слика 1.2: Интеракција два кварка путем размене виртуалног глюона.

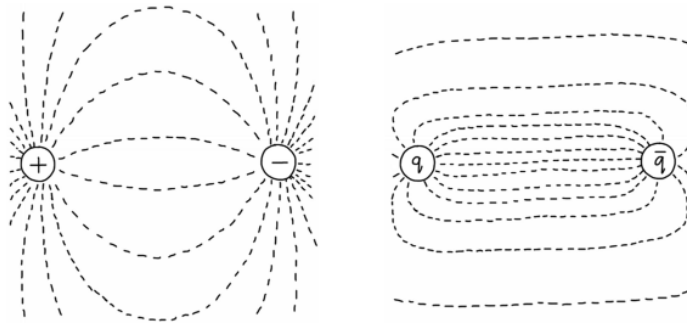
1.4.3 Ефекат асимптотске слободe

Чињеница да глюони носе боју и анти-боју има за последицу да глюони међусобно интерагују (за разлику од фотона). Зарад илустрације, на Сл. 1.3 приказано је поређење линија поља интерагујућег пара електрон-позитрон (QED поље) и линија поља пара кварк-антикварк (QCD поље). У односу на Coulomb-ово поље линије поља јаке силе су гушће збијене, слично облику цеви, што управо настаје због међусобне интеракције глюона. Потенцијал јаке интеракције је:

$$V_{QCD}(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr, \quad (1.9)$$

где је α_s константа везе (или спрезања) јаке интеракције, а r растојање између два кварка. За мала растојања ($r \leq 0.1$ fm) доминира први члан у ј-ни (1.9), чинећи поље јаке интеракције квази-Coulomb-овим (не рачунајући боја фактор 4/3). Повећавањем растојања између кваркова преовлађује линеарни члан потенцијала, дајући систем налик струни са коефицијентом тензије k . Растезањем струне, ствара се цев интерагујућих глюона (са приближно константом густином енергије $k \sim 1$ GeV/fm)

где је неопходна бесконачна количина енергије за раздвајање кваркова. Због наведеног механизма, кваркови и глюони су "заробљени" унутар везаног стања хадрона што представља тзв. ефекат асимптотске слободе [40, 41]. Другачије речено, смањивањем растојања између кваркова константа везе α_s се смањује и повећањем растојања између кваркова константа везе α_s се повећава. Да би се описала дата динамика константе везе α_s могуће је опет правити компарацију са константом везе електромагнетне интеракције. Coulomb-ова сила у вакууму је дата са $\frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2}$, а у средини са диелектричном константом ϵ са $\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2}$. Ако се за други случај уведе тзв. ефективно наелектрисање $q_i^{\text{eff}} = q_i/\sqrt{\epsilon}$, присутна средина може се посматрати као модификација наелектрисања.



Слика 1.3: Поређење линија Coulomb-овог поља између e^-e^+ са линијама јаког поља између $q\bar{q}$.

Према квантној теорији поља вакуум није празан, већ представља стање система са најмањом енергијом, и може се посматрати као стање испуњено електронима са негативном енергијом. Као последица, проласком виртуалног фотона кроз вакуум (размењен између интерагујућих e^-e^+) долази до креације парова e^-e^+ као врсте вакуумске флукуације (дати механизам креације парова са вишим редовима приказано у Додатку А.3). Новонастали парови окружују пар e^-e^+ и тиме стварају поларизовану диелектричну средину. У том смислу, коначна Coulomb-ова сила између e^-e^+ пара се дефинише преко ефективног наелектрисања које зависи од растојања

$$F = \frac{e_{\text{eff}}^2}{4\pi r^2} = \frac{\alpha_{\text{em}}(r)}{r^2}, \quad (1.10)$$

где је $\alpha_{\text{em}}(r)$ константа везе електромагнетне силе која зависи од растојања r или размене импулса $Q \sim 1/r$ између електрона. Вредност од $\alpha_{\text{em}}(Q = 0) = 137.035$, која се највише цитира, се односи на јачину интеракције за ниско енергетске виртуалне фотоне, тј. $r \rightarrow \infty$ или $Q \rightarrow 0$. Увођење ефективног наелектрисања e_{eff} у односу на почетно (тзв. "голо") наелектрисање e се означава као ренормализација (редефинисање) опсервабле. У квантној теорији поља применом пертурбативног рачуна велика препрека је појављивање дивергентних чланова (интеграла). Решење

овог проблема је процедура ренормализације која редефинише почетне ("голе") параметре и поља унутар лагранжијана који описује фундаментално поље. Датим поступком, добија се једначина ренормализационе групе RGE (енг. *renormalization group equation*) која даје зависност константе везе $\alpha_{\text{em}}(r)$ од размене импулса Q

$$Q^2 \frac{d\alpha_{\text{em}}(Q^2)}{dQ^2} = \beta(\alpha_{\text{em}}), \quad (1.11)$$

где β -функција садржи зависност константе везе од енергетске скале за дати процес. Прецизније, RGE заправо даје зависност константе везе од ренормализационе скале μ , нефизичке величине која се узима да је приближно једнака трансферу импулса за дати процес $\alpha(\mu^2 \approx Q^2)$ [85]. Присутна β функција може се рачунати пертурбативним путем до прве петље због мале вредности α_{em} , дата као $\beta = 2\alpha_{\text{em}}^2/3\pi > 0$. Из наведеног следи зависност константе везе α_{em}

$$\alpha_{\text{em}}(Q^2) = \frac{\alpha_{\text{em}}(Q_0^2)}{1 - \frac{\alpha_{\text{em}}(Q_0^2)}{3\pi} \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}}. \quad (1.12)$$

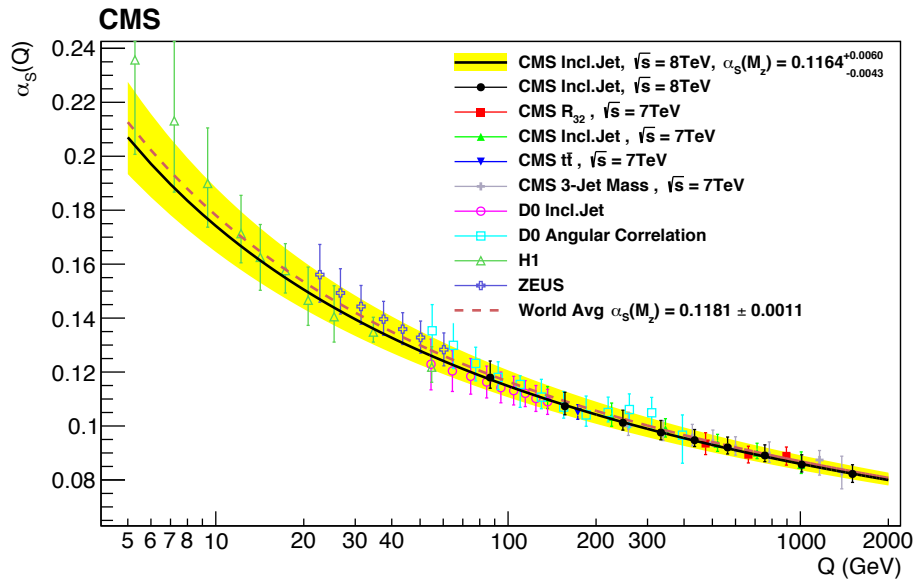
Знак минус унутар именитеља горње једначине значи да интеракција између електрона расте са смањивањем растојања. За случај константе везе јаке силе иста ј-на (1.11) важи, изузев β функције дата као

$$\beta = -(\beta_0\alpha_s^2 + \beta_1\alpha_s^3 + \beta_2\alpha_s^4 + \dots) \quad (1.13)$$

са $\beta_0 = \frac{11n_c - 2n_f}{12\pi} > 0$, где су n_c и n_f број боја и кваркова. У апроксимацији до прве петље константа везе јаке силе је дата као

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \beta_0\alpha_s(Q_0^2) \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}}. \quad (1.14)$$

Упоредивањем ј-на (1.12) и (1.14) уочава се разлика у знаку унутар именитеља. Због наведеног, у случају јаке интеракције константа везе расте смањивањем импулсне размене Q^2 (повећањем растојања) између кваркова стварајући ефекат асимптотске слободе. Члан $2n_f$ у β_0 вредности је повезан са креацијом парова кваркова проласком виртуалног глуона кроз вакуум (исти механизам као и за електромагнетно поље). Тиме, позитиван знак β_0 вредности потиче од члана $11n_c$ који је последица ефекта створен међусобном интеркцијом глуона. Прецизније, поред стварања парова (петљи) кваркова разменом глуона стварају се и парови глуона што је особина искључиво QCD-а (за илустрацију погледати Додатак А.3). Зависност константе везе јаке интеракције у функцији Q , добијено са подацима CMS, приказано је на Сл. 1.1. Последица асимптотске слободе је могућност примене пертурбативне квантне



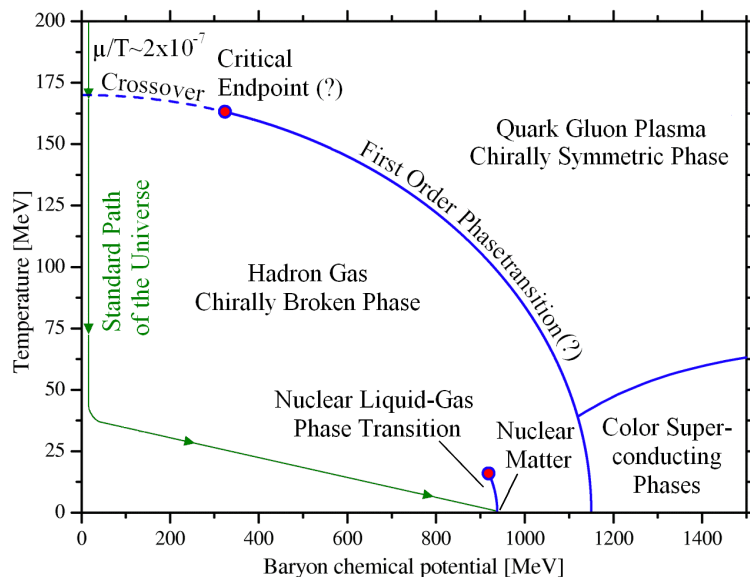
Слика 1.4: Преглед мерења константе везе јаке интеракције α_s у зависности од преданог импулса Q [11].

хромодинамике (pQCD) у домену високих енергија $\alpha_s(100 \text{ GeV}) \approx 0.1$. Област која је изван пертурбативног рачуна може да се третира путем QCD решетке (детаљније у Одељку 1.6.3), нумеричких прорачуна који се спроводе на дискретној просторно-временској решетки. Главно предвиђање QCD решетке је фазни прелаз хадронске материје у ново стање материје, која се означава као кварк-глуонска плазма.

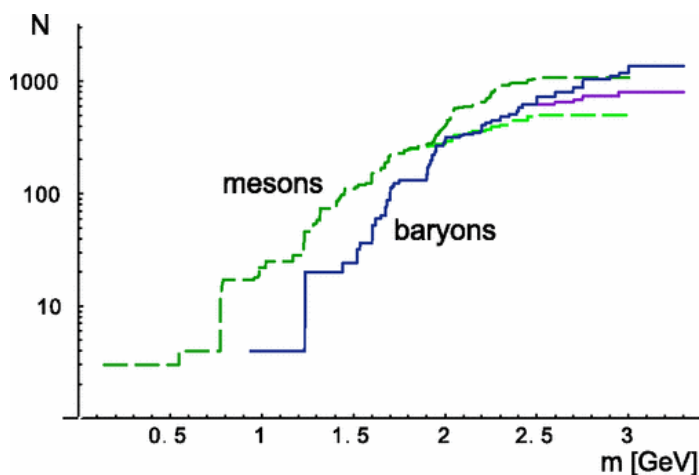
1.5 Кварк-глуонска плазма

Као што је разматрано у претходном одељку, асимптотска слобода је доминантан ефекат у квантној хромодинамици који се односи на раст константе везе α_s са повећањем растојања између партона, чиме су партони заробљени унутар хадрона (радијуса $\sim 1 \text{ fm}$). Ипак, дискретна квантна хромодинамика (метод QCD решетке) предвиђа постојање фазног прелаза хадронске материје у ново стање где партони нису више везани унутар хадрона. Овакав нови систем интерагујућих кваркова и глуона се назива кварк-глуонском плазмом [46]. Постојање кварк-глуонске плазме није у супротности са хипотезом да само безбојне честице могу бити слободне, пошто се квази-слободни партони крећу унутар система (радијуса $\sim 10 \text{ fm}$) који је у средњем исто безбојан. Тиме, се назив плазма користи по аналогији са електромагнетном плазмом која у средњем представља неутралну средину невезаних наелектрисаних честица које међусобно интерагују путем Coulomb-ове силе. У случају кварк-глуонске плазме аналог електромагнетном наелектрисању је боја набој

коју носе партони. Постојање нове фазе материје, кварк-глуонске плазме, предложено је средином седамдесетих година, само десет година након поставке Кварк модела хадрона и две године након открића својства асимптотске слободе квантне хромодинамике.



Слика 1.5: Фазни дијаграм QCD материје. Линије на дијаграму указују на границе између различитих фаза [10].



Слика 1.6: Број хадронских врста у функцији њихове масе [47].

1.6 Фазе QCD материје

На Сл. 1.5 дат је шематски дијаграм очекиваних фаза QCD материје са аспекта садашњег разумевања јаких интеракција и постигнутих енергија на различитим акцелераторима. Фазни дијаграм QCD материје који је дат у функцији температуре T и барионског хемијског потенцијала μ_B , за сада је недовољно добро истражен

како теоријски тако и експериментално. На приказаном QCD дијаграму, вакууму одговарају вредности $T = 0$ MeV и $\mu_B = 0$, док обичној нуклеарној материји $\mu_B \approx 0.930$ MeV (маса нуклеона) и температура блиска нули. Такође, на дијаграму се види да се материја појављује у различитим формама у зависности од температуре T и барионског хемијског потенцијала μ_B . При високим температурама $T \gg \mu_B$ ентропија онемогућава било какво уређење и, постоји само кварк-глуонска плазма, фаза јако интерагујуће материје у којој нема спонтаног нарушења симетрије и у којој се обојени партони распостире на знатнијим растојањима (радијуса ~ 10 fm) што доводи до нетривијалне колективне динамике. Кварк-глуонска плазма је постојала у универзуму у првим микросекундама после Великог праска. У лабораторијским условима кварк-глуонска плазма је креирана у сударима тешких језгара на ултрарелативистичким енергијама постигнутим на RHIC (енг. *Relativistic Heavy Ion Collider*) и LHC сударачима. У области (испод континуиране криве), која одговара нижим вредностима T и μ_B , кваркови и глюони су конфинирани у хадроне који су по боји неутрални због чега су интеракције релативно слабе и ова фаза се понаша као гас, одакле и потиче назив хадронски гас (енг. *hadron-gas phase*). У режиму релативно ниских температура $T \ll \mu_B$ и високих μ_B појављују се различите фазе са спонтаним нарушењем симетрије. За креирање такве материје потребно је достићи екстремно велике густине какве постоје у унутрашњости неутронских звезда. Област фазног дијаграма која је најпре тестирана у сударима тешких језгара одговара прилично високим температурама $T \sim 200$ MeV, и малим до средњим вредностима $\mu_B \sim 0-600$ MeV. Теоретичари очекују да та област има интересантну карактеристику - критичну тачку - која представља крајњу тачку на линији фазног прелаза првог реда. У тој тачки фазни прелаз је другог реда. Иако теоријски претпостављено, постојање критичне тачке није експериментално доказано. Критична температура на којој се дешава прелаз хадронске материје у кварк-глуонску плазму, може се проценити применом дискретне квантне хромодинамике тј. QCD решетке која припада у домен пертурбативног рачуна. Такође, добре процене критичне температуре се могу добити и из феноменолошких модела који дају важан допринос у теорији хадронске материје.

1.6.1 Hagedorn-ова температура

Још пре открића партона и развитка квантне хромодинамике, Hagedorn [48] уводи први феноменолошки метод који предвиђа критично понашање хадронске материје на високим температурама. Иницијално, позадина овог модела је тежња да се разуме велика продукција секундарних честица у високо енергетским сударима. Применом статистичких модела на опис ових процеса, допринос пиона је био много мањи

од очекиваног. Знатно боље процене давали су термодинамички модели описујући новонасталу средину у сударима хадрона као тзв. ватрену куглу (енг. *fireball*) која се термализује. У свом моделу Hagedorn је анализирао број свих врсти хадрона у функцији њихове масе, приказано на Сл. 1.6, где је зарад илустрације коришћен познат број хадрона из 2004 [47]. Користећи такву врсту расподеле Hagedorn је уочио експоненцијалну зависност која се може фитовати следећом функцијом

$$\rho(m) = \frac{A}{m^2 + [500\text{MeV}^2]} \exp(m/T_H), \quad (1.15)$$

где је $\rho(m)$ густина броја хадронских врста по јединици масе и T_H параметар фита. Вредност која је добијена за параметар је $T_H \sim 150 \text{ MeV}$, што је блиско маси пиона $m_\pi \approx 140 \text{ MeV}$. У контексту коначне термализације, вредност параметра T_H је горња граница температуре материје, јер свако додатно повећање енергије хадронског гаса иде на креацију нових честица већих маса, а не на повећање температуре система. Односно, на критичној температури даљим повећањем енергије судара повећава се само ентропија система. Због тога се намеће питање ште је постојало у Универзуму када је био на вишој температури од критичне хадронске температуре. На то питање одговор даје квантна хромодинамика.

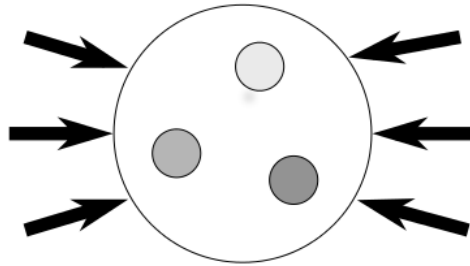
1.6.2 MIT *bag* модел

Убрзо након постулирања квантне хромодинамике, 1974 год. Chodos et al. [49] развијају MIT *bag* модел који је због своје једноставности често примењиван у опису хадронске материје. Према моделу, кваркови су заточени унутар коначне просторне шупљине, "еластичне торбе", услед деловања спољашњег притиска као на Сл. 1.7. Аналогија са еластичном торбом је у томе што свако одвлачење кваркова изван овог простора, развлачи торбу услед чега се ствара сила отпора. Користећи оквире MIT *bag* модела могуће је проценити температуру фазног прелаза хадронске материје у кварк-глуонску плазми. Хадронска материје се може посматрати као релативистички гас пиона (као најлакши хадрони) и кварк-глуонска плазма као релативистички гас кваркова и глуона. Притисак релативистичких безмасених пиона је дат као,

$$P_\pi = g_\pi \frac{\pi^2}{90} T^4 \cong 0.33 \cdot T^4, \quad (1.16)$$

где је $g_\pi = 3$ узимајући три врсте пиона. У случају кварк-глуонске плазме притисак је,

$$P_{qgp} = (g_g + \frac{7}{8}g_q) \frac{\pi^2}{90} T^4 \cong 4.1 \cdot T^4. \quad (1.17)$$



Слика 1.7: Кваркови затворени у ограниченем простору тзв. "торби" услед деловања спољашњег притиска.

Број степени слободe за кваркове је $g_q = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ (2 за две врсте кваркова u и d , 2 за кварк и антикварк, 2 за два спина и 3 боје за сваки кварк). У случају глюона је $g_g = 2 \times 8$ (2 за спина и 8 за боји). Према фазном критеријуму Gibbs-а, реализован је систем који генерише већи притисак на датој температури. Тиме би, следећи ј-не (1.16) и (1.17), кварк-глуонска плазма требало да постоји на било којој температури. Ипак, параметар који недостаје у ј-нама (1.16) и (1.17) је притисак вакуума B који према MIT *bag* моделу делује на кваркове и глюоне. Одзимајући параметар B од P_{qgp} и упоређујући са P_π добија се критична температура

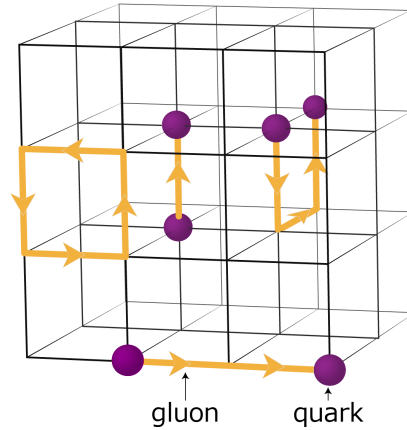
$$T_c = \cong 0.72 \cdot B^{1/4}. \quad (1.18)$$

У MIT *bag* моделу вредност параметра B је одређена из фита који даје најбоље вредности за масе хадрона, наелектрисање итд. Узимајући да је вредност $B^{1/4} = 200$ MeV, за критичну температуру се добија $T_c = 144$ MeV.

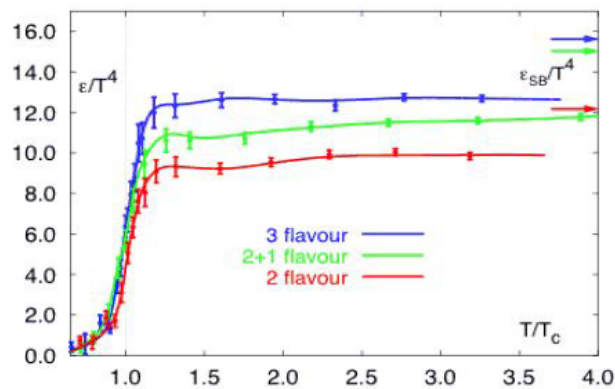
1.6.3 Метод QCD решетке

Дискретна квантна хромодинамика или QCD решетка је најуспешнији метод у домену непертурбативног рачуна јаких интеракција. Метод представља непертурбативну имплементацију квантне теорије поља користећи Феунман-ов формализам интеграла кретања где се врши прелаз са Minkowski простора на просторно-временску Еуклидску 3D+1 решетку као што је показано на Сл. 1.8. Путем наведене дискретизације ствара се могућност да се очекивана вредност посматране опсервабле $\langle O \rangle$ рачуна нумерички као једина опција за непертурбативни случај. Ограничење QCD решетке је у домени ненулног хемијског барионског потенцијала (веће густине материје) где настаје тзв. "проблем знака" који даје комплексну вредност фермионској детерминанти. На Сл. 1.9 приказан је резултат QCD решетке за густину енергије у функцији температуре за нестајући барионски потенцијал [50]. Рачун је спроведен

за решетку која садржи 2 или 3 лака кварка и 2+1 тј. два лака и једног тешког кварка.

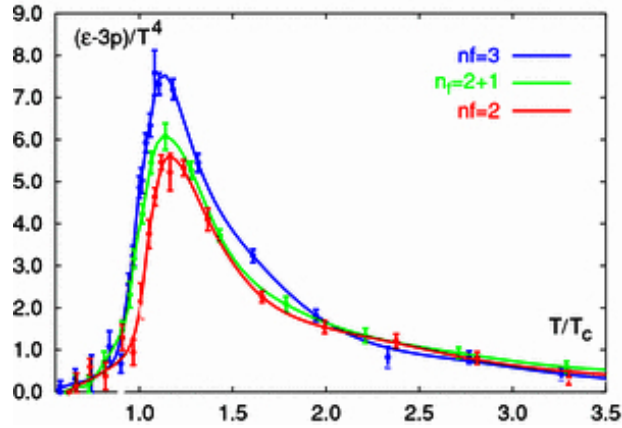


Слика 1.8: Пример 3D решетке са кварковима у чворовима решетке и глюонима као спојевима.



Слика 1.9: Резултат прорачуна QCD решетке за густину енергије у функцији температуре, када вредност барионског потенцијала тежи нули ($\mu_B \rightarrow 0$) [50]. Рачун је спроведен за решетку која садржи 2 или 3 лака кварка и за 2+1 решетку која садржи два лака и један тешки кварк.

Зависност јасно приказује скок који одговара преласку из хадронског везаног стања у систем невезаних партона. Критична температура на којој се дешава прелаз је $T_c \sim 160 - 190 \text{ MeV}$, а критична густина енергије $\epsilon_c \sim 0.5 - 1.0 \text{ GeV}/\text{fm}^3$. У случају два лака кварка критична температура преласка из хадронског стања материје у кварк-глуонску плазму је $T_c \simeq 175 \text{ MeV}$. Након фазног преласка поставља се питање да ли је кварк-глуонска плазма слабо или јако интерагујућа средина. Први рачуни спроведени на QCD решетци изнад T_c показали су да је новонастала средина далеко од идеалне (неинтерагујуће) плазме [52, 53].



Слика 1.10: Резултати QCD решетке за меру интеракције Δ у функцији количника T/T_c за различите комбинације кваркова [50].

Понашање кварк-глуонске плазме може се посматрати кроз тзв. меру интеракције дефинисана као

$$\Delta = \frac{\varepsilon - 3P}{T^4}, \quad (1.19)$$

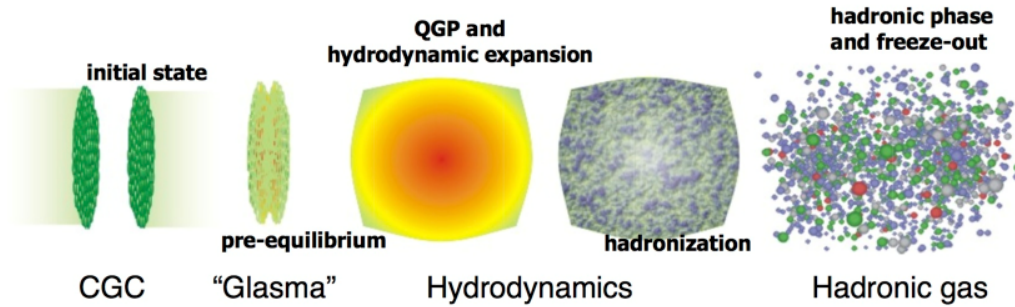
где лимес $\Delta = 0$ одговара идеалној плазми. На Сл. 1.10 приказана је мера интеракције у функцији температуре. Наведена зависност показује јак скок после критичне температуре што чини кварк-глуонску плазму у том домену јако интерагујућом средином. Приближно, у интервалу $T_c \leq T \leq 5T_c$ кварк-глуонска плазма мора да се третира непертурбативно.

Судары тешких језгара и кварк-глуонска плазма

2.1 Кварк глуонска плазма у судару тешких језгара и раном универзуму

Савремена космологија претпоставља да је наш Универзум настао као резултат Великог праска. Почињући формално са бесконачно великим густинама и температурама, у тренутку Великог праска, током еволуције универзум је пролазио кроз неколико епоха које су одговарале различитим стањима материје. Најранија етапа у развоју универзума била је Планк-ова епоха ($0 < t < 10^{-43} s$) у којој су доминирали ефекти квантне гравитације и струна. Потом је уследила епоха Великог обједињења која је трајала приближно до $10^{-36} s$ после Великог праска тј. до момента раздвајања јаких од других фундаменталних интеракција. Даље је уследила епоха инфлације која је трајала од $10^{-36} s$ до $10^{-32} s$ са изузетно брзим експоненцијалним ширењем Универзума. Затим је од $10^{-32} s$ до $10^{-12} s$ уследила електрослаба епоха са температуром $\sim 10^{28}$ - 10^{22} К која се завршила са раздвајањем електрослабе интеракције на слабу и електромагнетну. У кварк епохи у временском интервалу од $10^{-12} s$ до $10^{-6} s$ основне интеракције попримају савремени вид али је материја још увек имала изузетно високу густину, $\sim 1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ (ради поређења типична густина нуклеарне материје унутар нуклеона је $0.13 \text{ GeV}/\text{fm}^3$) и врло високу температуру, $T \sim 10^{12}$ К. Такве температуре као и густине енергије према прорачунима на QCD решетки одговарају фазном прелазу хадронске материје у кварк-глуонску плазму (енг. *deconfinement*). У кварк епохи Универзум је био испуњен густом ужареном кварк-глуонском плазмом. Кварк епоха се завршава када средња енергија честица постаје мања од критичне вредности која одговара фазном прелазу *deconfinement*-а. Са хлађењем Универзума, до температуре ниже од критичне вредности, наступа хадронска епоха $10^{-6} s < t < 1 s$ у којој су кваркови заробљени унутар хадрона.

Такав фазни прелаз се дешава сувише слабо да би могао да буде опажен у астрономским опсервирањима. Зато, да би смо разумели физику кварк-глуонске плазме треба изучавати такво стање материје у лабораторијским условима што је један од циљева експеримента са сударима тешких језгара на високим енергијама.



Слика 2.1: Илустрација еволуције језгро-језгро судара.

Сударе тешких језгара је могуће интерпретирати у лабораторијским експериментима као "мали прасак" који делимично понавља историју Великог праска. На Сл. 2.1 приказан је судар два Lorentz скупљена језгра. При $t = 0$, када се скупљена језгра сударају укупна енергија оба језгра сконцентрисана је унутар мале запремине због чега густина енергије постаје врло велика. Одмах после судара кваркови и глюони јако интерагују, систем се загрева и образује се кварк-глуонска плазма. Време током кога се језгра прекривају може бити оцењено као $\tau_{\text{cross}} = 2R/c\gamma$, где је γ Lorentz фактор а R радијус језгра. На енергији RHIC од 200 GeV, Lorentz фактор је $\gamma_{\text{RHIC}} = 100$, а одговарајуће време $\tau_{\text{cross}} = 0.14 \text{ fm}/c \approx 0.7 \times 10^{-24} \text{ s}$. На LHC енергији од 2.76 TeV, Lorentz фактор је $\gamma_{\text{LHC}} = 1376$, а одговарајуће време $\tau_{\text{cross}} = 0.01 \text{ fm}/c \approx 0.05 \times 10^{-24} \text{ s}$. Поређења ради наведимо да је карактеристично време јаких интеракција $\tau_{\text{strong}} \sim 1/\Lambda_{\text{QCD}} \sim 1 \text{ fm}/s$ ¹. Подаци везани за мерење елиптичког тока показују да $0.2 \text{ fm}/s$ након судара, материја демонстрира колективно понашање које подсећа на понашање течности у локалној равнотежи [54]. Даље, као и у еволуцији Универзума, прегрејан и компримован систем кварк-глуонске плазме, се шири и хлади и на крају хадронизује када постане довољно разређен. Аналогон нуклеосинтези у космологији, у сударима тешких језгара то је стадијум кинетичког хлађења, током кога долази до слободног разлетања формираних хадрона.

¹ $\Lambda_{\text{QCD}} = 217_{-23}^{+25} \text{ MeV}$ је непертурбативна скала QCD теорије.

2.2 Карактеристична времена при образовању кварк глюонске плазме у судару тешких језгара

У процесу судара два језгра дешава се брза локална термализација система партона, а затим следи даље ширење система и његово хлађење које доводи до хадронизације и продукције великог броја честица. Експерименти указују на врло кратко време термализације кварк глюонске плазме $\tau_{\text{term}} \sim 1 \text{ fm/s}$, док је време хлађења око 20 fm/s [55–57]. Карактеристична времена у еволуцији кварк-глуонске плазме се могу детаљније описати на следећи начин. Током временског интервала око 0.02 fm/s дешавају се тврди процеси (процеси са великим преданим импулсом) одговорни за понашање тврдих честица детектованих у експерименту. Током времена 0.2 fm/s дешавају се полутврди процеси током којих се производи највише секундарних честица регистрованих у детекторима. Након завршетка термализације $\tau_{\text{term}} \sim 1 \text{ fm/s}$, систем постиже локално равнотежно стање које се назива кварк-глуонска плазма. Даља еволуција кварк-глуонске плазме се описује једначинама хидродинамике и после интервала времена $\tau_{\text{hadr}} \sim 10 \text{ fm/s}$, када као последица разлетања сударајућих језгара температура система постане нижа од температуре фазног прелаза QGP-a, образује се ужарени хадронски гас. Током даљег ширења долази до хлађења и у моменту наступања тзв. стадијума "замрзавања" (енг. *freeze-out*) $\tau_f \sim 20 \text{ fm/s}$, густина хадрона постаје довољно ниска и систем се распада на слободне хадроне које региструјемо у детектору. На тај начин у експериментима са сударима тешких језгара постоји следећа хијерархија карактеристичних времена: $\tau_{\text{therm}} < \tau_{\text{hydro}} < \tau_{\text{hadr}} < \tau_f$. Време термализације се може грубо проценити из расподеле трансверзалне компоненте густине енергије по рапидитету

$$\varepsilon(y) = \frac{1}{A\tau_{\text{therm}}} \frac{dN}{dy} \langle m_{\text{T}} \rangle, \quad m_{\text{T}} = \sqrt{m_{\pi}^2 + k_{\text{T}}^2}, \quad (2.1)$$

где је m_{π} маса пиона, A атомска маса и k_{T} трансверзални импулс. Време замрзавања процењује се на основу формуле

$$\tau_f = R_{\text{long}} \sqrt{\frac{m_{\text{T}}}{T}}, \quad (2.2)$$

где је T кинетичка температура замрзавања и R_{long} радијус кварк-глуонске плазме. За централне PbPb сударе при енергији од 2.76 TeV процењено је да је $\tau_f \sim 10\text{--}11 \text{ fm/s}$. Поређење процеса хадронизације на RHIC и LHC енергији урађено је у [58].

ТАБЕЛА 2.1: Параметри различитих експеримената.

Експеримент	AGS	AGS	SPS	SPS	SPS	RHIC	RHIC	LHC
година	1986	1992	1986	1994	1999	2000	2001	2011
A_{\max}	^{28}Si	^{197}Au	^{32}S	^{208}Pb	^{208}Pb	^{197}Au	^{197}Au	^{208}Pb
$E_{\text{lab}}^{\max} [\text{A GeV}]$	14.6	11	200	158	40	$0.91 \cdot 10^4$	$2.1 \cdot 10^4$	$1.9 \cdot 10^7$
$\sqrt{s_{\text{NN}}} [\text{GeV}]$	5.4	4.7	19.2	17.3	8.75	130	200	2760

2.3 Експериментални програм за изучавање кварк глюонске плазме

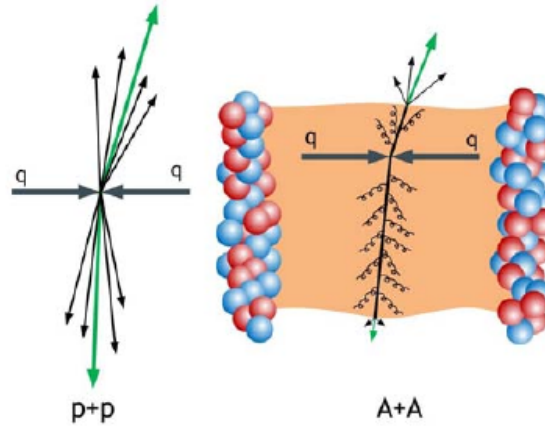
Историјски, први судари тешких језгара остварују се на систему Бевалек (*Bevalac*, *Lawrence Berkeley National Laboratory, U.S.*) средином седамдесетих година. Бевалек је спајао линеарни акцелератор тешких језгара (*Hilac*) и акцелератор Беватрон (*Bevatron*) који је био намењен убрзању протона са фиксном метом². Током осамдесетих настављена су истраживања са тешким језгрима, и постројења намењена протонском снопу користе се исто и за убрзавање тешких језгара. Примеру тога су AGS (енг. *Alternating Gradient Synchrotron*) у лабораторији Brookhaven и SPS (енг. *Super Proton Synchrotron*) у CERN-у. Велики искорак у физици тешких језгара дешава се следеће деценије када се убрзавање снопа тешких језгара третира као засебна истраживачка област при изградњи нових и моћнијих акцелератора. Примери тога су изградња релативистичког сударача тешких језгара RHIC и Великог хадронског сударача LHC. Са оволиким развојем физике тешких језгара, које се интензивно наставља, поставља се питање који су главни разлози ових истраживања? Свакако један од примарних разлога програма релативистичких судара тешких језгара јесте стварање и истраживање кварк-глуонске плазме као новог стања материје.

У оквиру експеримента, може се направити основна подела на тзв. "тврде" (енг. *hard*) и колективне, тзв. "меке" (енг. *soft*) ефекте унутар којих се дефинишу мерљиве опсервабле, које се даље користе за поређење са наведеним теоријским моделима. У следећим одељцима дат је кратак опис ових ефеката.

2.3.1 Експерименталне опсервабле

Откривање кварк-глуонске плазме се заснива на два примарна резултата добијена на RHIC експериментима: мерење ефекта пригушења јет-ова и мерење јаког елиптичког тока (одраз колективних ефеката) [19, 20]. Мерење ефекта пригушења јет-ова припада у тзв. тврде пробе (енг. *hard probes*) које су везане за прву фазу судара

²Најзначајнији резултат експеримента је откриће антипротона 1955 године.



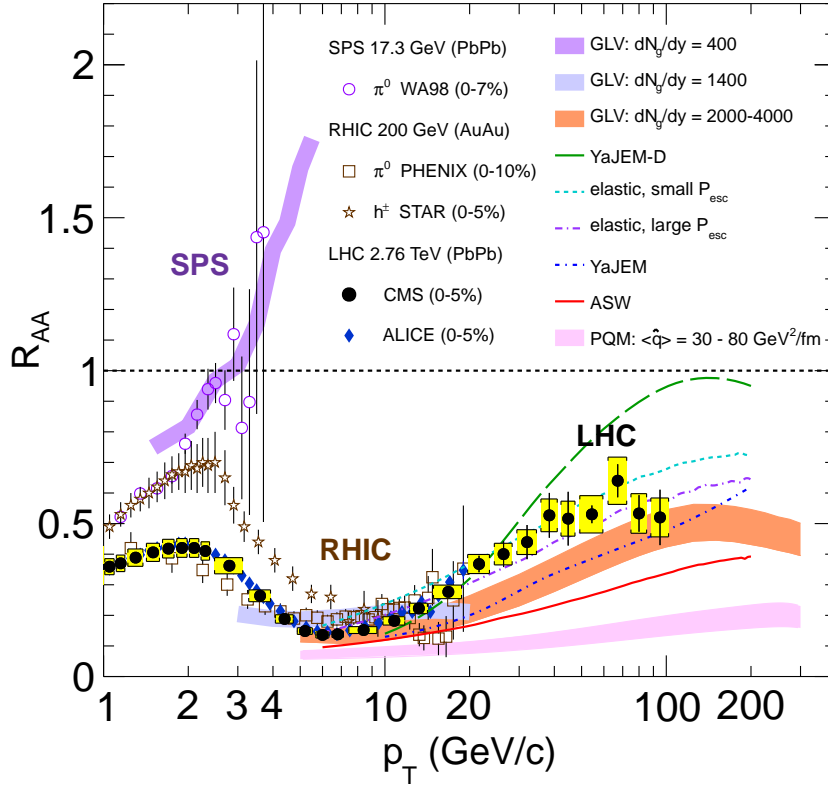
Слика 2.2: Илустрација емитовања двоструког јет-а (dijet) као последица фрагментације партона након тврдог расејања, за случај pp (лево) и AA (десно) судара. За случај тешких језгара интерагујући партони, пре фрагментације, пролазе кроз кварк-глуонску плазму чиме губе енергију.

језгара (интеракција партона путем тврдог расејања). Детектовањем (реконструкцијом) јет-а, тј., уско колимисаних (по ϕ и η) високо енергетских хадрона за дати судар, може се одредити у којој мери партони губе енергију, пре фрагментације, проласком кроз кварк-глуонску плазму. Овакав механизам је илустрован на Сл. 2.2 са примером двоструког јет-а (енг. *dijet*) протон-протон (pp) судар (мали систем шематски приказан лево) и два тешка језгара (AA)³ (велики систем шематски приказан десно). У pp случају, средина која настаје у судару има малу запремину и управо због тога постоји незнатна интеракција дате средине са примарним и путем фрагментације новонасталим партонима. У AA случају, новонастала средина судара (кварк-глуонска плазма) има знатну запремину и услед тога примарни партони настали фрагментацијом могу (зависно од дужине пређеног пута) да знатно губе енергију проласком кроз кварк-глуонска плазму. Величина која може да се користи за мерење овог ефекта је нуклеарни модификациони фактор

$$R_{AA}(p_T) = \frac{1}{\langle T_{AA} \rangle} \frac{d^2 N_{ch}^{AA} / dp_T d\eta}{d^2 \sigma_{ch}^{pp} / dp_T d\eta}, \quad (2.3)$$

где су N_{ch}^{AA} и σ_{ch}^{pp} допринос наелектрисаних честица по догађају у (AA) сударима и ефективни пресек наелектрисаних честица у pp сударима. Зарад поређења AA и pp система неопходно је увести додатни фактор скалирања T_{AA} , тзв. нуклеарну преклопну функцију. Дати фактор је дефинисан као количник броја бинарних нуклеон-нуклеон судара N_{coll} , рачунат Glauber-овим моделом за симулацију језгро-језгро судара [21], и ефективног пресека за нееластичне нуклеон-нуклеон сударе σ_{incc}^{NN} за дату енергију. Ако је AA судар само некохерентна суперпозиција нуклеон-нуклеон

³У литератури општа ознака за сударе језгара је AA.



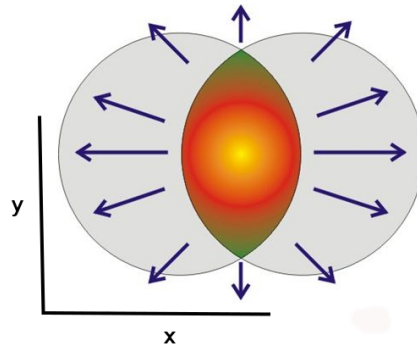
Слика 2.3: Мерење нуклеарног модификационог фактора R_{AA} у централним сударима тешких језгара, у функцији p_T , за различите експерименте и енергије центра масе [86].

судара, вредност нуклеарног модификационог фактора је један, тј. $R_{AA} = 1$. Случај $R_{AA} < 1$ указује на присуство кварк-глуонске плазме и на тзв. ефекат пригушења јет-а. На Сл. 2.3 дате су вредности фактора R_{AA} за централне сударе тешких језгара, у функцији p_T , за различите експерименте и енергије судара.

За разлику од пригушења јет-ова тј. тзв. тврдих проба, ефекти који покривају знатно ниже p_T вредности у сударима тешких језгара припадају режиму тзв. мекких процеса. Мерени елиптички ток на RHIC-у је пример оваквог ефекта, као мера неизотропне емисије коначног спектра честица судара. Неизотропна емисија проистиче из колективног понашања кварк-глуонске плазме, тј., еволуције система која се може описати на нивоу макроскопских величина као што су густина и градијент притиска дате средине. Тиме се формализам релативистичке хидродинамике може искористити за опис кварк-глуонске плазме која се након брзе термализације ($\tau_{\text{therm}} \sim 1 \text{ fm}/c$) понаша скоро као идеални флуид (детаљно у Поглављу 3). Неизотропна емисија се квантификује расподелом доприноса честица по догађају, за дати фазни прозор, дефинисана Fourier-овим развојем [13]

$$E \frac{d^3 N}{d^3 p} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2 N}{p_T dp_T dy} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos(n(\phi - \Psi_r)) \right), \quad (2.4)$$

где E , y , ϕ и p_T су енергија, рапидитет, азимутални угао и трансверзални импулс дате честице, а Ψ_r тзв. угао реакционе равни. Величине (ϕ, y) одређују трансверзални и лонгитудинални правац емитовања честице, док је угао Ψ_r корелисан са правцем максималне густине емитовања честица (дефиниција и улога наведених величина биће детаљно разматрана у Поглављима 4 и 6). Fourier-ови коефицијенти v_n су опсервабле тока која у зависности од реда n имају свој назив и интерпретацију: усмерени ток ($n = 1$), елиптички ток ($n = 2$), триангуларни ток ($n = 3$) итд. Једначина (2.4) јасно показује да у случају нултих интензитета токова постоји изотропно ширење честица.



Слика 2.4: Илустрација идеалног периферног судара два језгра у трансверзалној равни. Услед већег градијент притиска по x -оси емитовање честица у датом правцу биће доминантније у односу на y -осу.

Мерени елиптички ток је мера присутне просторне анизотропије при емитовању коначних хадрона из судара. Посматрајући периферни судар два језгра у трансверзалној равни, као на Сл. 2.4, средина кварк-глуонске плазме има неуједначени градијент притиска $\frac{\partial p}{\partial x} \neq \frac{\partial p}{\partial y}$ за две осе, што ће изазвати коначно неизотропно ширење честица тј. ефекат просторне анизотропије. Просторна анизотропија је највећа на самом почетку еволуције кварк-глуонске плазме. Како се кварк-глуонска плазма шири систем постаје све симетричнији што смањује разлику између градијента притиска у различитим правцима. Из овог разлога импулсна анизотропија је најосетљивија на ране фазе еволуције система. Поред пригушења jet -ова и колективног тока постоје и друге важне опсервабле за тестирање особина кварк-глуонске плазме. Овде се убраја проучавање коначног спектра честица (мултиплицитета), укупне трансверзалне енергије, процеси везани за директне фотоне, W^\pm и Z^0 бозоне који не интерагују са QGP, продукција и однос броја различитих врста честица, НВТ ефекат (енг. *Hanbury Brown and Twiss*), продукција тешких кваркова итд.

Релативистичка хидродинамика

3.1 Monte Carlo симулација језгро-језгро судара

У Одељку 1.6.3 дате су основе теорије QCD решетке која представља фундаментални начин за опис кварк-глуонске плазме. Ипак, QCD решетка има своја ограничења као наведени проблем знака у домену високог хемијског барионског потенцијала или одређивања транспортних особина средине. У транспортне особине кварк-глуонске плазме припадају вискозност η , коефицијент линеарног губљења енергије \hat{e} , параметар пригушења јет-ова \hat{q} . Ипак, за изучавање кварк-глуонске плазме развијени су, поред QCD решетке, и други нумерички модели који се могу поделити на тзв. микроскопске транспортне моделе и макроскопске моделе којима припада релативистичка хидродинамика.

- *Микроскопски транспортни модели* третирају сударе тешких језгара експлицитно пратећи појединачне трајекторије и интеракције свих подструктура. У случају хадронских модела подструктуре су формиран бариони и мезони, а у случају партонских модела кваркови и глуони. Примери оваквих модела су: AMPT (енг. *A Multi-Phase Transport Model for Relativistic Heavy Ion Collisions*), UrQMD (енг. *Ultra-relativistic Quantum-Molecular-Dynamics*), PCM (енг. *Parton Cascade Model*), QGSM (енг. *Quark Gluon String Model*), HIJING (енг. *Heavy Ion Jet INteraction Generator*)¹.

- *Релативистичка хидродинамика* користи законе одржања у опису динамике система и захтева важан услов термализације настале средине. Предност хидродинамике лежи у општости јер не прави претпоставке о природи честица, међусобним интеракцијама или присутним квантним или класичним феноменима. Примери релативистичких хидродинамичких модела су: iEBE-VISHNU, NEXUS.

¹Има још примера мање познатих микроскопских модела.

• *Хибридни модели* су комбинација претходна два модела где се различите фазе еволуције система описују одговарајућим моделом. Пример хибридних је EPOS модел [31].

3.2 Хидродинамика и кварк-глуонска плазма

Идеја да се искористе закони релативистичке хидродинамике за опис јако интерагујуће средине била је уведена од стране Лава Ландауа 1953 год. [14]. У раним експериментима са високо енергетским сударима, као што је наведено у Одељку 1.6.1, велика продукција секундарних честица добро је описана статистичком термодинамиком [15]. Касније, велики успех се постиже применом Партоноског модела у опису резултата експеримената са дубоко нееластичним расејањем електрона [4, 5]. Тако, релативистичка хидродинамика није имала примену све до значајнијег развојка експеримената са сударима тешких језгара. Први резултати који су ишли у прилог стварању кварк-глуонске плазме и примени релативистичке хидродинамике потичу са експеримената са фиксном метом у PbAu сударима на SPS акцелератору у CERN-у [16–18]. Подаци који су показали изузетно добро слагање са предвиђањима хидродинамичких модела су добијени на експерименту RHIC 2001 год., у сударима AuAu са енергијом центра масе $E_{\text{cm}} = \sqrt{s_{\text{NN}}}$ ² од 130 и 200 GeV по нуклеон пару [19]. Кратак преглед кинематике за E_{cm} је дат у Додатку А.5. Предност релативистичке хидродинамике лежи у њеној једноставности и општости. Једноставност се односи на чињеницу да је информација о систему формираном у судару садржана у једначини стања. Са друге стране, та теорија је општа јер не прави претпоставке о природи честица, међусобним интеракцијама или присутним квантним или класичним феноменима. Применљивост релативистичке хидродинамике захтева успостављање локалне термодинамичке равнотеже система. Само постојање локалне равнотеже је апроксимација, која се показује као добра, за разлику од глобалне равнотеже која је немогућа у сударима тешких језгара³ [22]. Локална термодинамичка равнотежа је једини али и неопходан услов, јер само тако могу да се дефинишу термодинамичке величине као што су притисак, температура и густина ентропије и енергије. Локална термодинамичка равнотежа подразумева да се у свакој тачки система притисак и температура мењају веома споро, чиме се успоставља и термодинамичка равнотежа у околине дате тачке. Хидродинамичка симулација која описује сударе тешких језгара се састоји од три фазе: *генерисања иницијалних услова, хидродинамичке еволуције (једначине кретања) и замрзавања* (енг. *freeze-out*).

²У даљем тексту користиће се стандардна ознака $\sqrt{s_{\text{NN}}}$.

³Пример глобалне равнотеже је гас у кутији који после довољно дугог времена постаје хомоген.

3.3 Почетни услови

За иницијализацију хидродинамичких једначина кретања, за почетни тренутак времена τ_0 , мора да се одреди густина енергије (и ентропије) средине новонастале у судару. Због недостатка информације о стању система у тренутку τ_0 , почетна густина енергије се процењује путем ефективних модела. Два модела која се најчешће користе за одређивање почетне густине енергије су Glauber-ов [21] и KLN модел (Kharzeev-Levin-Nardi) [25–27]. У даљем тексту дат је кратак преглед ова два модела, као саставног дела хидродинамичке (iEVE-VISHNU [28]) симулације судара тешких језгара која је коришћена у овој тези.

3.3.1 Геометрија судара

Геометрија реалног судара два сударајућа језгра у трансверзалној равни приказана је на Сл. 3.1. Језгро је нехомоген објекат услед просторно-временске флукуације нуклеона. Нуклеони који учествују у судару (обојени нуклеони на Сл. 3.1) се означавају као "захваћени" (енг. *wounded*). Овде треба разликовати две компоненте судара, важне за дефинисање Glauber-овог модела. Свако преклапање пара нуклеона даје бинарни судар, стварајући два захваћена нуклеона. Ако се захваћени нуклеон поново судари са нуклеоном суседног језгра, остаје захваћен и ствара нови захваћени нуклеон (уколико пре тога није био захваћен) и тако доприноси даљем порасту броја бинарних судара. Пошто су језгра убрзана до релативистичких брзина, дилатацијом времена орбитално ангуларно кретање нуклеона је замрзнуто током интеракције и позиција нуклеона унутар језгра се може генерисати према одговарајућој Woods-Saxon-овој расподели [23] датој као

$$\rho_{WS}(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - f(R_A)}{\xi}\right)}. \quad (3.1)$$

Овде је ρ_0 густина нуклеонског броја, $f(R_A)$ функција rms (root mean square) вредности радијуса језгра (R_A), а ξ одговарајући површински параметар који зависи од врсте језгра (Табела 3.1 даје преглед параметара). Функција $f(R_A)$ може се написати у форми $f(R_A) \approx R_A + R_A g(\theta)$, где додатни члан $g(\theta)$ третира ангуларну зависност радијуса језгра [32]. Ипак, да би расподела дата ј-ном (3.1) одговарала експериментално мереној густини језгра мора се узети у обзир коначна величина нуклеона. У моделирању густине нуклеона могу се применити два случаја: хомогени цилиндар или Gauss-ова расподела. Зарад једноставности, овде ће бити наведен

ТАБЕЛА 3.1: Параметри Woods-Saxon-ове расподеле за различита језгра коришћена у хидродинамичкој симулацији [28].

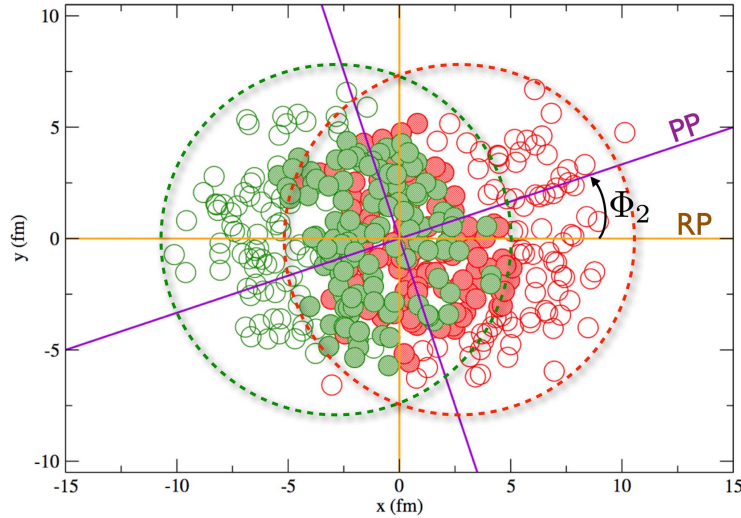
Језгро	Атомска маса	$\rho_0(\text{fm}^{-3})$	$R_A(\text{fm})$	$\xi(\text{fm})$
Cu	63	0.1686	4.28	0.50
Au	197	0.1695	6.42	0.45
Pb	208	0.1610	6.67	0.44
U	238	0.1660	6.86	0.44

случај цилиндра са густином нуклеона датом као

$$\rho_n(\vec{r}) = \frac{\theta(r_n - |\vec{r}_T|) \theta(L - |z|)}{\pi r_n^2 L}, \quad (3.2)$$

где је r_n радијус цилиндра n -тог нуклеона, \vec{r}_T радијус вектор у трансверзалној равни и $L = 2r_n$ дужина цилиндра. Користећи наведену густину нуклеона, може се израчунати експериментална вредност Woods-Saxon-ове расподеле

$$\rho_{WS}^{exp.} = \int d^3\vec{r}' \rho_{WS}(\vec{r}') \rho_n(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3.3)$$



Слика 3.1: Приказ реалистичног периферног судара два језгра у трансверзалној равни. Обојени нуклеони учествују у судара и означавају се као "захваћени" (енг. *wounded*). Ознаке PP и RP одговарају терминима "participant plane" и "reaction plane" који ће бити објашњени у Поглављу 6.

3.3.2 Почетни Glauber-ови услови

За дати бинарни судар између нуклеонског пара (i, j) , посматрано у трансверзалној равни, долази до депоновања енергије око интеракционе тачке дефинисане трансверзалним радијус вектором $\vec{R}_{T,ij} = \frac{\vec{r}_{T,i} + \vec{r}_{T,j}}{2}$ (појединачни радијус вектори

($\vec{r}_{T,i}, \vec{r}_{T,j}$) су усмерени према центру нуклеона у облику цилиндра). После термализације, депонована густина енергије је пропорционална густини ентропије што следи из једначине стања ЕoS (енг. *Equation of State*) добијене методом QCD решетке [24]. У случају цилиндричних нуклеона, густина енергије (па тиме и ентропије) генерисана од свих бинарних парова у трансверзалној равни је пропорционална следећој суми

$$BC(\vec{r}_T) = \sum_{(i,j) \in \text{pairs}} \frac{\theta(r_n - |\vec{r}_T - \vec{R}_{T,ij}|)}{\pi r_n^2}. \quad (3.4)$$

Поред доприноса бинарних судара, сваки захваћени нуклеон који учествује у нееластичном судару депонује енергију која мора бити урачуната. Један начин депновања енергије је симетрична расподела у трансверзалној равни око центра захваћеног нуклеона. У том случају, густина енергије (ентропије) генерисана од свих захваћених нуклеона је пропорционална датој суми

$$WN(\vec{r}_T) = \sum_{i \in \text{wounded}} \frac{\theta(r_n - |\vec{r}_T - \vec{r}_{T,i}|)}{\pi r_n^2}. \quad (3.5)$$

Према Glauber-овом моделу, укупна густина енергије произведена у трансверзалној равни после термализације је суперпозиција доприноса од захваћених нуклеона и бинарних судара

$$e_0(\vec{r}) = \frac{\kappa_e}{\tau_0} \left(\frac{1-\alpha}{2} WN(\vec{r}) + \alpha BS(\vec{r}) \right), \quad (3.6)$$

где је α бинарни параметар мешања, а κ укупни нормализациони параметар. Параметар κ се фитује према коначном мултиплицитету емитованих наелектрисаних честица у централним сударима док се параметар α подешава према свом варирању у односу на централност судара.

3.3.3 Почетни KLN услови

Модел Kharzeev-Levin-Nardi је заснован на хипотези k_T -факторизације [25–27] где се произведена глуонска густина у судару може одредити према расподели

$$\begin{aligned} \frac{dN_g}{dyd^2p_T d^2x} = & \frac{2\pi^3 N_c}{N_c^2 - 1} \int_0^{p_T} d^2k_T \frac{\alpha_s(\max\{((\vec{p}_T + \vec{k}_T)/2)^2, ((\vec{p}_T - \vec{k}_T)/2)^2\})}{p_T^2} \\ & \times \phi_A \left(x_1, \left(\frac{\vec{p}_T + \vec{k}_T}{2} \right)^2; \vec{x} + \vec{b}/2 \right) \\ & \times \phi_B \left(x_2, \left(\frac{\vec{p}_T - \vec{k}_T}{2} \right)^2; \vec{x} - \vec{b}/2 \right), \end{aligned} \quad (3.7)$$

где је N_c број боја које могу узети глюони, α_s константа везе јаке интеракције, а ϕ_A, ϕ_B функције неинтегрисане глюонске расподеле сударујућих језгара. Вектори $\vec{p}_T = \frac{\vec{p}_{T,1} + \vec{p}_{T,2}}{2}$ и $\vec{k}_T = \vec{p}_{T,1} - \vec{p}_{T,2}$ су суперпозиција појединачних трансверзалних импулса глюона из језгара, а $x_{1(2)} = \frac{p_T}{\sqrt{s_{NN}}} e^{\pm y}$ су тзв. фракције светлосно-конусног импулса (енг: light-cone). Према KLN моделу, почетна ентропија средине настале у судару је пропорционална p_T интегрисаној густини глюонске расподеле

$$s_0(\vec{x}) = \frac{\kappa}{\tau_0} \int d^2 p_T \frac{dN_g}{dy d^2 p_T d^2 x} \quad (3.8)$$

3.4 Вискозност и хидродинамичка еволуција

За дефинисање (идеалних) хидродинамичких једначина користе се закони одржања енергије-импулса и наелектрисаних струја

$$\partial_\mu T^{\mu\nu}(x) = 0, \quad (3.9a)$$

$$\partial_\mu N_i^\mu(x) = 0, \quad i = 1, \dots, k; \quad (3.9b)$$

где су $T^{\mu\nu}$ и N_i^μ тензор енергије-импулса и одговарајуће одржано наелектрисање у координатама 4-вектора $x = (t, \vec{x})$. Зарад једноставности, у j-ни (3.9b) се узима само одржање барионског броја тј. $k = 1$. Овакав скуп једначина даје 14 независних величина: 10 из симетричног тензора енергије-импулса и 4 из једначине одржања барионског броја. Ипак, овај скуп једначина није затворен пошто садржи само 5 независних једначина. За решавање овог проблема мора да се направи редукција броја независних величина. Полазећи од идеалне хидродинамике, тензор енергије-импулса и струја барионског броја могу се разложити на следећи начин

$$T^{\mu\nu} = e u^\mu u^\nu - p \Delta^{\mu\nu}, \quad (\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu), \quad (3.10a)$$

$$N^\mu = n u^\mu. \quad (3.10b)$$

Величине $n(x), e(x), p(x)$ су локална густина барионског броја, густина енергије и притисак, респективно, а u^μ нормализовани ($u^\mu u_\mu = 1$) 4-вектор брзине⁴. Са оваквом декомпозицијом, број независних величина пада на 6 (по једна за $n(x), e(x), p(x)$ и три независне компоненте у u^μ). Поред постојећих пет независних једначина додаје се и једначина стања (ЕoS) $p = p(n, e)$ (која се одређује путем QCD решетке), чиме се добија решив систем једначина.

⁴Физичко значење u^μ зависи од избора референце што је објашњено касније.

Према класичној кинетичкој теорији, тензори N^μ и $T^{\mu\nu}$ се могу дефинисати преко расподеле фазног-простора $f(x, p)$

$$N^\mu = \sum_i n_i \int \frac{d^3p}{E} p^\mu f_i(x, p), \quad (3.11a)$$

$$T^{\mu\nu} = \sum_i \int \frac{d^3p}{E} p^\mu p^\nu f_i(x, p), \quad (3.11b)$$

где је n_i барионско наелектрисање по датој врсти честице i ⁵. Равнотежна расподела се може дефинисати као

$$f_i^{eq}(x, p) = \frac{1}{e^{[p \cdot u(x) + \mu_i(x)]/T(x)} \pm 1}, \quad (3.12)$$

где су $\mu_i(x)$ и $T(x)$ локални хемијски потенцијал за дату врсту честице и температура, респективно. Када се дата расподела примени у ј-ни (3.11), добија се декомпозиција дата ј-ном (3.10). Овакав резултат показује да је термална равнотежа полазна претпоставка за идеалну хидродинамику. Као што је наведено, термална равнотежа значи да је средњи слободни пут много мањи од величине система и да је микроскопска временска скала судара много мања од временске скале еволуције система. У случају одступања од споменутих услова, долази до нарушавања термалне равнотеже и до појаве вискозних чланова у једначинама идеалне хидродинамике, што је чини неидеалном. Овакав случај може да се третира као систем близак равнотежном стању, са расподелом фазног простора у следећем облику

$$f(x, p) = f_{eq}(x, p) + \delta f(x, p). \quad (3.13)$$

Заменом ј-не (3.13) у ј-ну (3.11) следи

$$N^\mu = N_{eq}^\mu + \delta N^\mu, \quad (3.14a)$$

$$T^{\mu\nu} = T_{eq}^{\mu\nu} + \delta T^{\mu\nu}, \quad (3.14b)$$

где настају нови дисипативни $\delta N^\mu, \delta T^{\mu\nu}$ чланови за барионско наелектрисање и тензор енергије-импулса, респективно. Овде се уводи тзв. "Ландауов услов преклапања" [59] за произвољно u^μ са: $u_\mu \delta N^\mu = 0$ и $u_\mu \delta T^{\mu\nu} u_\nu = 0$. На овај начин вредности e и n се могу дефинисати у односу на равнотежну расподелу f_{eq} и скуп ј-на (3.14) се записује као

$$N_\mu = n u^\mu + V^\mu, \quad (3.15a)$$

$$T^{\mu\nu} = e u^\mu u^\nu - p \Delta^{\mu\nu} - \Pi \Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu} + W^\mu u^\nu + W^\nu u^\mu. \quad (3.15b)$$

⁵При чему се прави разлика између честице и анти-честице.

Нови чланови V^μ , Π , $\pi^{\mu\nu}$ и W^μ су дисипативни или вискозни токови. Прецизније, $V^\mu = \Delta^{\mu\nu} N_\nu$ описује барионски ток у систему мировања ($u^\mu = (1, \mathbf{0})$) и $W^\mu = \Delta^{\mu\nu} T_{\nu\alpha} u^\alpha \equiv \frac{e+p}{n} V^\mu + q^\mu$ ток енергије такође у систему мировања са величином q^μ као тзв. вектором топлотног тока. Сва три вектора V^μ , W^μ и q^μ су ортогонални на 4-вектор u^μ чиме сваки од њих има три независне компоненте. Пошто је q^μ функција W^μ и V^μ ова три вектора дају укупно 6 независних компоненти. Вискозни члан $\Pi = -\frac{1}{3} \Delta_{\mu\nu} T^{\mu\nu} - p$ је запремински (енг. *bulk*) притисак. Члан $\pi^{\mu\nu} = [\frac{1}{2}(\Delta^{\mu\sigma} \Delta^{\nu\tau} + \Delta^{\nu\sigma} \Delta^{\mu\tau}) - \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu} \Delta^{\sigma\tau}] T_{\tau\sigma}$ је тензор тензије смицања (енг: shear stress tensor).

Наведени Ландауов услов преклапање је дат за произвољно u^μ и неопходно је дати физички смисао 4-вектору брзине. Ово се постиже задавањем додатног услова који припада тзв. Eckart-овој или Ландауовој референци. У случају Eckart-ове референце, 4-вектор u^μ је брзина тока наелектрисања са $u^\mu \sim N^\mu$. У случају Ландауове референце, 4-вектор u^μ је брзина тока енергије са $u^\mu \sim T^{\mu\nu} u_\nu$. Ипак, у сударима на LHC-у и RHIC-у системи који настају имају мали или нестајући барионски број и Eckart-ова референца није подобра. Тиме, избор пада на Ландауову референцу из које следи нулта енергија тока $W^\mu = 0$ и скуп j-на (3.15) постаје

$$N^\mu = nu^\mu - \frac{n}{e+p} q^\mu, \quad (3.16a)$$

$$T^{\mu\nu} = eu^\mu u^\nu - (p + \Pi) \Delta^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}. \quad (3.16b)$$

За решавање динамике свих компоненти $T^{\mu\nu}$ и N^μ , поред 5 једначина из скупа (3.9), неопходно је увести допунске једначине за Π , $\pi^{\mu\nu}$ и q^μ . Ово се постиже формализмом Israel-Stewart који третира релативистичке вискозне флуиде и који се може поделити на микроскопски и макроскопски приступ. Пуни преглед наведеног формализма и даље третирање система j-на (3.16) је дат у [60, 61].

3.5 Замрзавање "Freeze-out"

Флуид који је настао у судару релативистичких језгара се постепено хлади и јачина интеракције слаби. Једини физички механизам који може да одржи неку врсту колективности су еластични и нееластични судари партона унутар кварк-глуонске плазме и хадрона у фази хадронског гаса. Како се систем шири и температура пада, смањује се број судара и настаје серија прелазака

$$\underbrace{T_0 \rightarrow T_c}_{\text{elastic+inelastic+radiative}} \quad T_{chem} \quad \xrightarrow{\text{elastic+radiative}} \quad T_{kin} \quad \xrightarrow{\text{radiative}},$$

где се издвајају два процеса: хемијско замрзавање на T_{chem} и кинетичко замрзавање на T_{kin} . Хемијско замрзавање се односи на моменат када престаје прелазак једне хадронске врсте у другу, чиме се хадронска композиција фиксира. Кинетичко замрзавање означава моменат где се импулс честица не мења тј. где престају сви еластични или нееластични судари при којима се размењује импулс. Кинетичко замрзавање се сматра крајем хидродинамичке еволуције система и описује се Соорег-Егеу расподелом која даје спектар честица

$$\frac{dN}{dy p_T dp_T d\phi} = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_{\Sigma} p \cdot d^3\sigma(x) [f_{eq,i}(x, p) + \delta f_i(x, p)]. \quad (3.17)$$

Величина Σ је површина замрзавања (која се одређује према критеријумима датог хидродинамичког модела), g_i фактор квантног раслојавања спин-изоспина за дату врсту честице i и $d^3\sigma(x)$ диференцијална површина на $\Sigma(x)$. Функција $f_{eq,i}(x, p)$ је локална термална равнотежна расподела и $\delta f_i(x, p)$ одговарајућа девијација од локалне равнотеже услед вискозних ефеката.

Експеримент CMS

4.1 Велики хадронски сударац

У међународном истраживачком центру CERN смештен је комплекс акцелератора и детектора, чије су карактеристике и перформансе одређене циљевима физичких анализа. Преглед целог комплекса дат је на Сл. 4.1. Велики хадронски сударац LHC је CERN-ов највећи кружни акцелератор, обима 27 km, који је по конструкцији синхротрон. Унутар LHC тунела убрзавају се два снопа, у супротним смеровима, који се сударају у тачкама где су постављени детектори експеримената CMS, ATLAS, ALICE и LHCb. На Великом хадронском сударацу изводе се судари протон-протон (pp), симетрични судари језгара олова (PbPb) као и асиметрични протон-олово (pPb) судари ¹. Преглед рада машине LHC дат је у Табели 4.1 са упадним енергијама за одговарајуће периоде.

4.2 Експеримент CMS

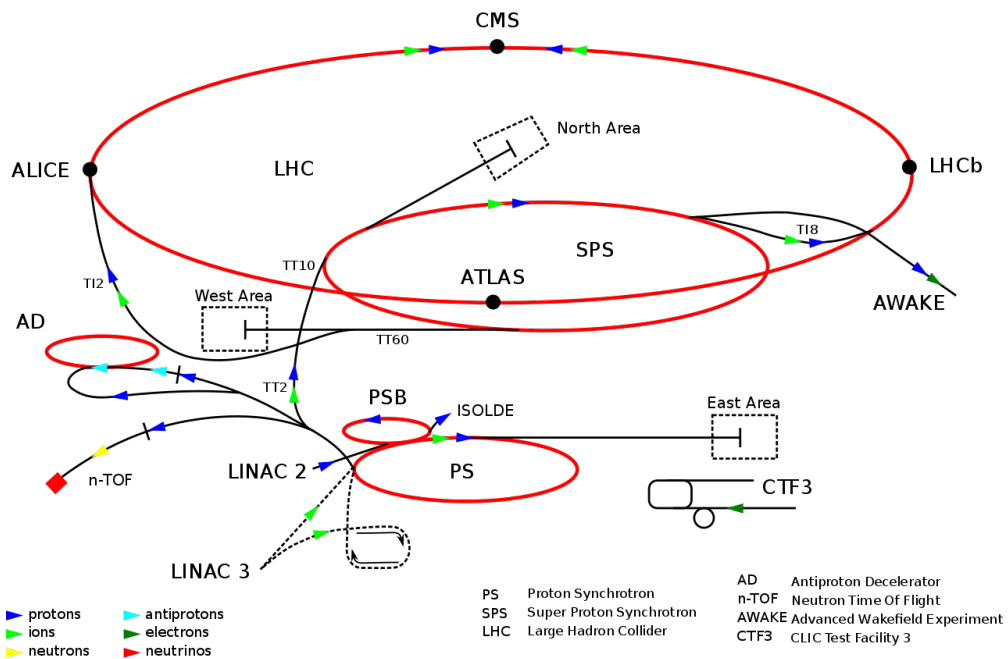
Експеримент CMS је пре свега конструисан за физику честица на TeV-ским енергија што даје велику могућност за изучавање физичких процеса унутар и изван Стандардног модела. Примери физичких анализа са CMS подацима су: прецизна мерења особина Higgs-овог бозона у различитим каналима распада, мерења ефеката произведених у јаким интеракција настале у сударима језгара, трагање за новим хадронским стањима (егзотика), трагање за суперчестицама (суперсиметрије или SUSY), мерења гравитационих интеракције итд. Геометријски, детектор CMS је аксијално симетричан мерни систем, састављен од неколико подсистема постављених концентрично око тачке судара снопова (судар снопова се дешава у центру детектора). Наведени подсистеми су: тракер, ECAL (енг. *Electromagnetic Calorimeter*),

¹По први пут су октобра 2017 год. изведени и судари ХеХе у оквиру тзв. Heavy Ion програма.

ТАБЕЛА 4.1: Укупна енергија снопова у систему центра масе $\sqrt{s_{NN}}$ за одговарајући период рада машине LHC.

Снопови	2011–2013	2015–2018	2021–
pp	7-8 TeV	13 TeV	14 TeV
PbPb	2.76 TeV	5.02 TeV	
pPb	5.02 TeV	8.16 TeV	

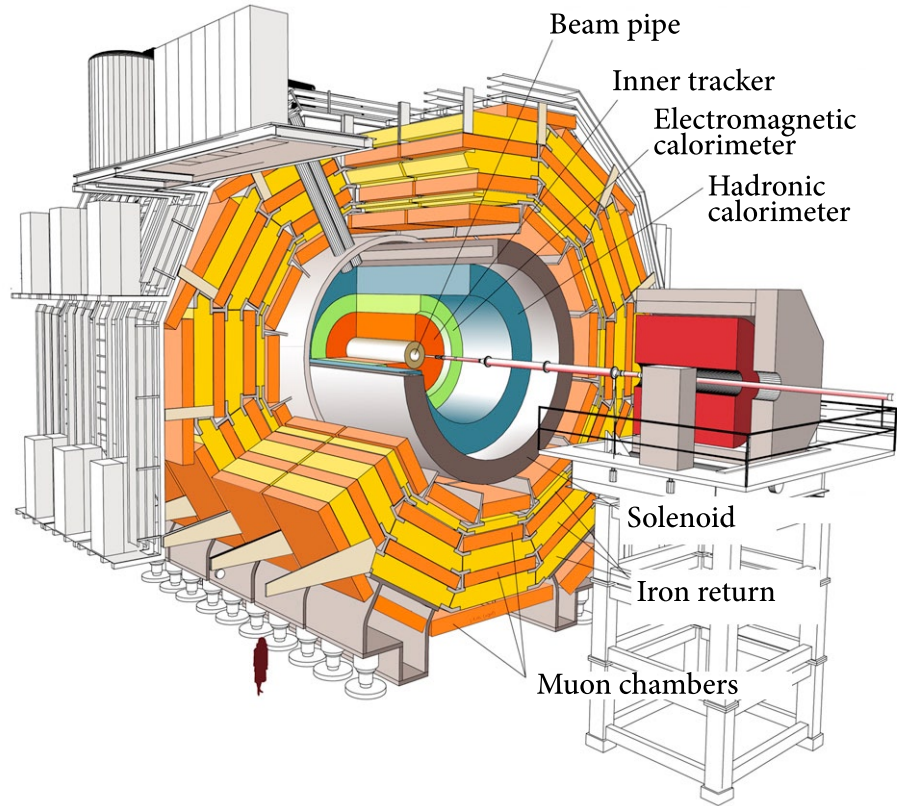
HCAL (енг. *Hadronic Calorimeter*), суперпроводни соленоид и мионски систем (детаљно описани у наредним одељцима). Са наведеним подсистемима може прецизно да се мери енергија, импулс и трајекторија кретања наелектрисаних честица настале у судару. Изглед детектора са унутрашњим пресеком приказан је на Сл. 4.2. Укупна дужина детектора износи 21.6 m, радијусом од 7.5 m и тоталном масом од ~ 12500 t.



Слика 4.1: Преглед CERN-овог комплекса са свим експериментима и акцелераторима.

4.3 Координантни систем

Према конвенцији, у физици високих енергија правац упадних снопова се поклапа са z -осом. После судара снопова новонастале честице се радијално шире, што се може квантификовати азимуталним и поларним углом (ϕ , θ) за дату честицу. За енергије снопова које се постижу на LHC-у, новонастале честице имају најчешће велики лонгитудинални импулс p_z у односу на трансверзалну компоненту p_T , чинећи поларни угао θ неподесним за мерење отклона од z -осе. Додатни разлог је што



Слика 4.2: Унутрашњи пресек детектора CMS.

корелацијом парова честица у анализи даје разлику поларног угла $\Delta\theta$ која није boost инваријантна по z -оси. Због наведених разлога, уместо θ угла користе се варијабле рапидитета и псеудорапидитета.

4.3.1 Рапидитет

Рапидитет је бездимензиона варијабла која квантификује одступање правца емисије дате честице од z -осе

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z c}{E - p_z c} \right). \quad (4.1)$$

Користећи наведену дефиницију из ј-не (4.1), вредност рапидитета може се посматрати за граничне случајеве. Ако је емисија дате честице превасходно у трансверзалној равни (x, y) , p_z компонента честице је мала и рапидитет тежи нули $y(p_z \sim 0) \rightarrow 0$. У супротном, за честицу емитовану лонгитудинално, тј. близу z -осе, вредност рапидитета је велика $y(E \simeq \pm p_z c) \rightarrow \pm\infty$.

Формално, рапидитет се може дефинисати као угао присутан у хиперболичким ротацијама просторно-временског 4-вектора x^μ које одговарају Лоренцовим трансформацијама. Дати угао се дефинише као

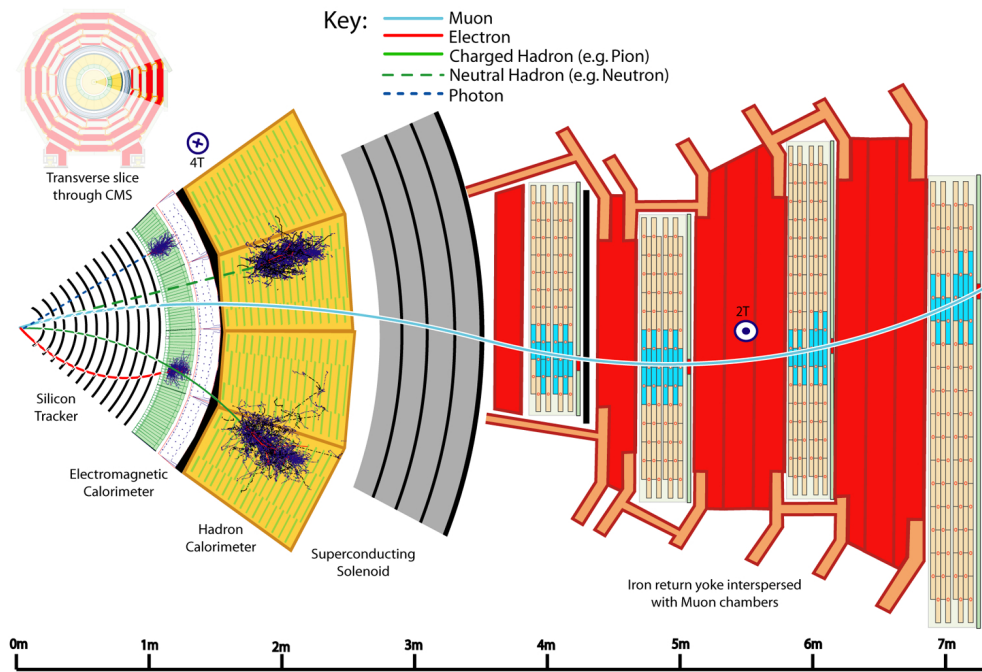
$$E = mc^2 \cosh \varphi, \quad (4.2a)$$

$$|\mathbf{p}| = mc \sinh \varphi, \quad (4.2b)$$

$$\varphi = \tanh^{-1} \frac{|\mathbf{p}|c}{E} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + |\mathbf{p}|c}{E - |\mathbf{p}|c} \right), \quad (4.2c)$$

$$\varphi = y(|\mathbf{p}| = p_z) \quad (4.2d)$$

Доказ за последњи израз (4.2d) је приложен у Додатку А.6.



Слика 4.3: Попречни пресек детектора CMS

Рапидитет није boost инваријантан по z -оси, већ добија додатни тригонометријски члан $y' = y - \tanh^{-1} \beta$, где је $\beta = v/c$. Са друге стране, ово значи да је разлика рапидитета између две честице boost инваријантна тј., $y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1$. Ово је корисна особина у физици високих енергија, пошто корелацијом емитованих честица добија се разлика координата $(\Delta y, \Delta \phi)$ која је boost инваријантна по z -оси.

4.3.2 Псеудорапидитет

За рачунање рапидитета потребна је информација измерене енергије и лонгитудиналног импулса p_z за дату честицу. Ипак, у релативистичком лимесу ($E \approx |\vec{p}|$)

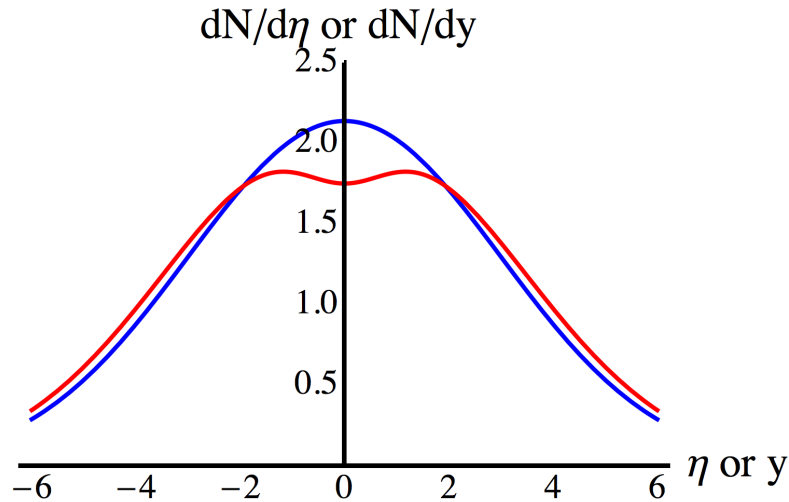
ТАБЕЛА 4.2: Вредности псеудорапидитета η за одговарајући поларни угао θ емитоване честице.

θ°	0	5	10	20	30	45	60	80	90
η	∞	3.13	2.44	1.74	1.32	0.88	0.55	0.175	0

могуће је увести нову варијаблу, псеудорапидитет, која је независна од енергије и импулса

$$\eta = -\ln \tan \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (4.3)$$

Псеудорапидитет је апроксимација рапидитета и зависи само од измереног поларног угла θ емитоване честице (извођење псеудорапидитета је приложено у Додатку А.7). Исто као за случај рапидитета, псеудорапидитет је адитиван и разлика $\Delta\eta$ је boost инваријантна по z -оси. Табела 4.2 показује вредности псеудорапидитета η за одговарајући поларни угао θ емитоване честице. За случај емисије честице у трансверзалној равни, псеудорапидитет је $\eta = 0$, а за емисију честице близу лонгитудиналног правца псеудорапидитет је $\eta \rightarrow \infty$.



Слика 4.4: Поређење доприноса честица судара у функцији рапидитета y и псеудорапидитета η . Вредности за рапидитет y су дате плавом бојом и за псеудорапидитет η црвеном бојом.

Добро поређење између рапидитета и псеудорапидитета се може направити посматрајући допринос честица у функцији ове две опсервабле. Експлицитна веза између ове две расподеле дато је као

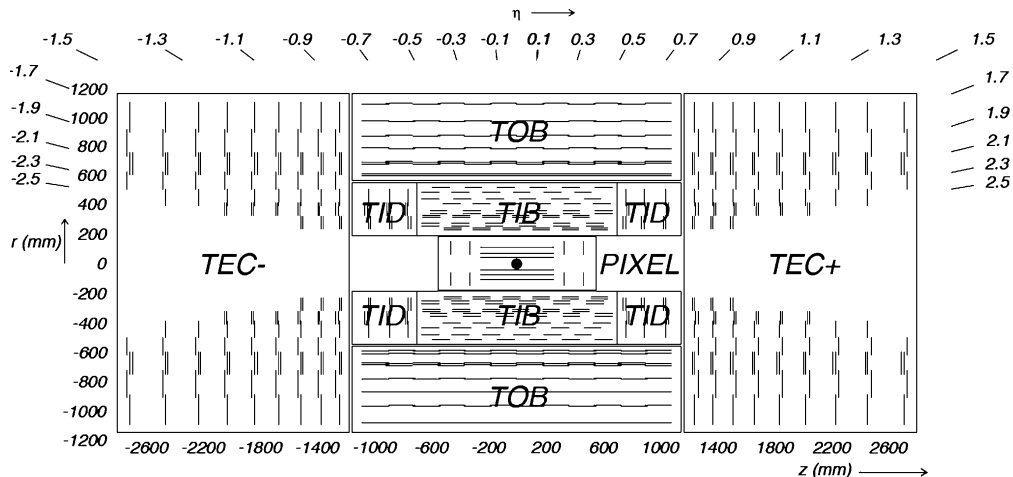
$$\frac{dN}{d\eta} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{m_T^2 \cosh^2 y}} \frac{dN}{dy}, \quad (4.4)$$

где је m маса мировања честице, а $m_T^2 = m^2 + p_T^2$ трансверзална маса честице. Слика 4.4 показује поређење облика оваквих расподела. У области $y \gg 0$ расподеле

су приближно једнаке, а за $y \sim 0$ уочава се пад расподеле $dN/d\eta$ услед додатног члана унутар корена у ј-ни (4.4).

4.4 Соленоид и тракер

Главни део детектора CMS је суперпроводни магнетни соленоид који може да генерише магнетно поље јачине до 3.8 Т. Дужина соленоида је 13 m са унутрашњим дијаметром од 6 m. Са оваквим димензијама, соленоид CMS представља највећи суперпроводни магнет икада изграђен. Соленоид је састављен од четири навоја суперпроводног материјала NbTi, који је охлађен течним хелијумом до оперативне температуре од 4.5 К. Унутар соленоида налази се силиконски тракер који представља први систем кроз који новонастале честице из судара пролазе. Силиконски тракер је подељен на Pixel и Strip детектор и покрива активну површину од 200 m². Pixel детектор је састављен од три цилиндрична слоја, са радијусима 4.4, 7.3 и 10.2 cm, и два бочна диска на свакој страни на растојању $z = \pm 34.5, \pm 46.5$ cm од тачке интеракције. Pixel детектор садржи 1440 сегментираних силиконских сензор модула који имају укупно 66 М канала за читање. Strip детектор је дужине 5.8 m



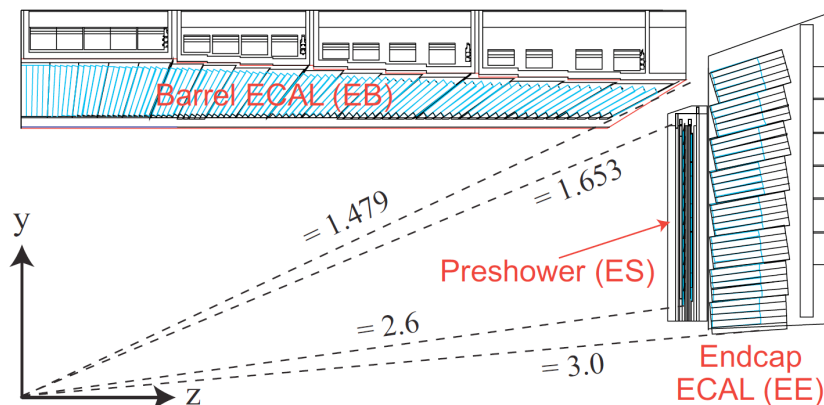
Слика 4.5: Скица силиконског тракера као композитног система Pixel и Strip детектора у функцији псевдорapidитета и растојања од тачке интеракције.

са дијаметром од 2.4 m и састављен од четири подсистема: четворослојног Tracker Inner Barrel-а (TIB), шестослојног Tracker Outer Barrel-а (TOB) и на свакој страни три Tracker Inner Disks-а (TID) и девет Tracker Endcaps-а (TEC). Преглед целог тракер система дат је на Сл. 4.5. Силиконски strip детектор има 15148 модула који обезбеђују 9.3 М канала за читање. За потпунији преглед конструкције силиконског тракер система погледати [83]. Деловањем магнетног поља унутар тракер система, наелектрисана честица се креће хеликс трајекторијом која је описано са пет параметра: закривљењем κ , азимуталним и поларним углом (ϕ, θ), трансверзалним

и лонгитудиналним импакт параметром (d_0, z_0) . За опис хеликс трајекторије и дефиниције датих параметара погледати Додатак А.8. Стандардни алгоритам за реконструкцију трагова честица на CMS тракеру је CFT (енг. *Combinatorial Track Finder*) алгоритам [84], који користи реконструисане позиције честице кроз слојеве тракер система за одређивање наведених пет параметара.

4.5 Електромагнетски калориметар

Електромагнетски калориметар је сцинтилаторски кристални детектор који је намењен за мерење енергије електрона и фотона. Калориметар је подељен на barrel-ни део (EB) и два endcap-а (EE). Калориметар има више од 7500 кристала олово-волфрама PbWO_4 , чинећи га херметичким и хомогеним. Проласком кроз кристал електрони и позитрони емитују закочно зрачење док фотон прелази у електропар e^-e^+ . Кристали PbWO_4 су изабрани из више разлога: велике густине $\rho = 8.28 \text{ g/cm}^2$, кратке радијационе дужине ($X_0 = 0.89 \text{ cm}$) и малог Moliere-овог радијуса од 2.2 cm што доводи до јаким али изолованих каскада честица за високо-енергетске електроне и фотоне. Кристали емитују плаво-зелену светлост таласне дужине од $\lambda = 420 \text{ nm}$, која се детектује фотодиодама АРТ (енг. *avalanche photodiode*) и вакуумским триодама VPT (енг. *vacuum phototriodes*). Фотодиоде и триоде стварају електрични сигнал који мери упадну енергију. Barrel-ни део покрива простор псеудорапидитета у распону од $|\eta| < 1.479$ са укупно 61200 кристала.



Слика 4.6: Приказ четвртине ECAL детектора у функцији покривености по псеудорапидитету.

Геометрија ECAL-а приказана је на Сл. 4.6. Радијални почетак калориметра од центра судара је на даљини од $r = 129 \text{ cm}$, са дужином од $z = -3.045 \text{ m}$ до $z = 3.045 \text{ m}$. Ендсар-ни део покрива простор псеудорапидитета у распону од $1.479 < |\eta| < 3$ са укупно 14648 идентичних кристала. Енергијска резолуција калориметра

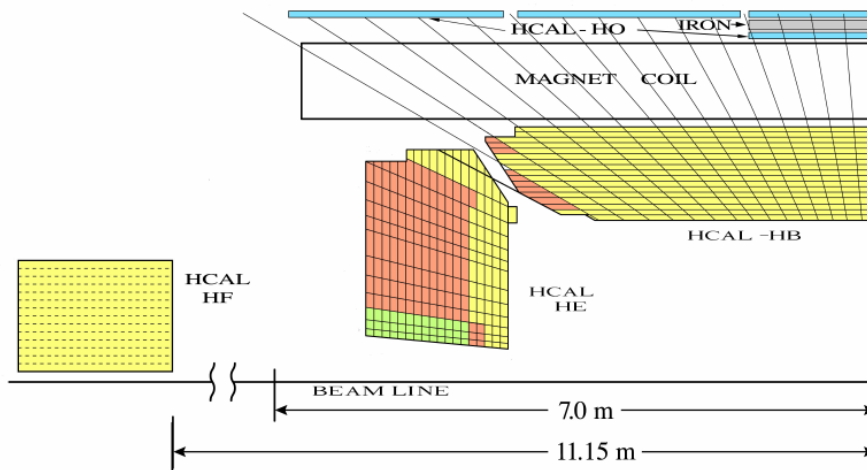
се параметризује у следећем облику:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{S}{\sqrt{E}} \oplus \frac{N}{E} \oplus C, \quad (4.5)$$

где је S је стохастични параметар, N шум, а C константан члан. Како наведени параметри имају мале вредности, коначна енергијска резолуција је добра.

4.6 Хадронски калориметар

Хадронски калориметар је конструисан за мерење енергије честица које примарно интерагују путем јаке силе. Мерење енергије таквих честица је важно пре свега због реконструкције хадронских *jet*-ова и одређивања изгубљене трансверзалне енергије E_T (MET: missing E_T), која је повезано са слабоинтерагујућим неутринима или неутралним екзотичним (суперсиметричним) честицама. Хадронски калориметар припада врсти слојевитих калориметара (енг. *sampling calorimeter*), састављен од тзв. слојева апсорбера и флуоросцентног сцинтилатора који зрачи светлост када честица прође. Специјална оптичка влакна сумирају ову светлост која се прослеђује у читаче (енг. *read-out boxes*) где фотодетектори увећавају овај сигнал. Позицију свих делова калориметра у односу на магнет и z -осу може се видети на Сл. 4.7.



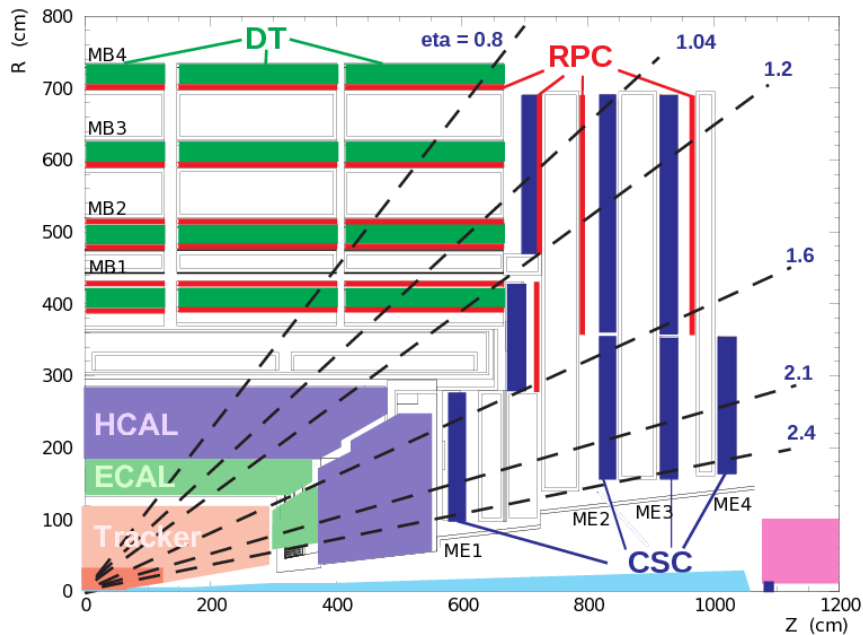
Слика 4.7: Шематски приказ HCAL-а састављеног од четири подсистема HB, HE, HF и HO.

Детектор је састављен од четири поддетектора: HB (енг. *Hadron Barrel*), HE (енг. *Hadron Endcap*), HF (енг. *Hadron Forward*) и HO (енг. *Hadron Outer*). Поддетектор HO је последњи део познат под термином хватач репова (*tail catcher*) услед јаке удаљености од тачке судара снопова. Наведени поддетектори покривају следеће

интервале псевдорapidитета: HB ($|\eta| < 1.3$), HE ($1.3 < |\eta| < 3.0$), HF ($3.0 < |\eta| < 5.0$) и HO ($|\eta| < 1.2$).

4.7 Мионски систем

Мионски систем је најудаљенији део детектора CMS од тачке интеракције снопова, конструисан за прецизно мерење импулса и наелектрисања миона који играју важну улогу у распадима Стандарног модела. Један од њих је распад Higgs-овог бозона на четири миона $H \rightarrow \mu^+ \mu^+ \mu^- \mu^-$, познат као златни канал. Са Сл. 4.3 може се видети да миони пролазе кроз метре материјала (плава трајекторија) што није случај са хадронима, електронима и фотонима. Јако магнетно поље соленоида криви путању миона и на основу тога мери се трансверзални импулс p_T . На пример, мион са енергијом од 300 GeV, у магнетном пољу од 3.8 T, одступа 2 mm на пређеном растојању од 3 m.



Слика 4.8: Преглед мионског система у функцији покривености поддетектора по псевдорapidитету и растојању од z -осе.

Мионски систем се састоји од три подсистема који садрже гасне детекторе: DT (енг. *drift tubes*), RPC (енг. *resistive plate chambers*) и CSC (енг. *cathode strip chambers*) који су смештени у barrel-ном и endcap-ном делу. Пролазећи кроз гасне детекторе мион оставља траг. Укупан број DT, CSS и RPC детектора је 250, 540 и 610, респективно. Приказ мионског систем са одговарајућим подсистемима дат је на Сл. 4.8.

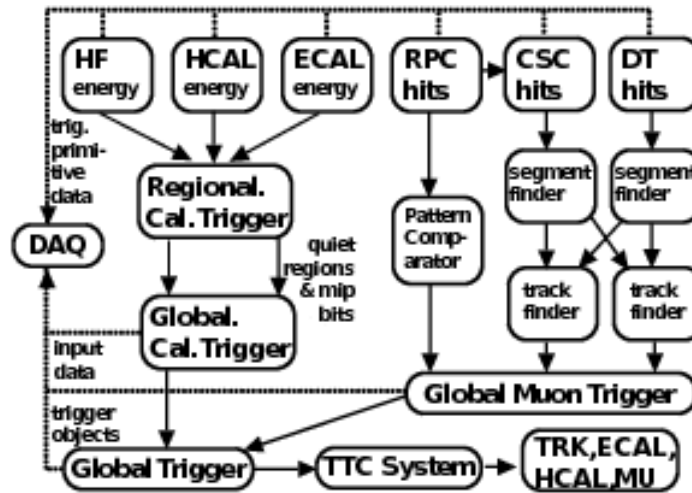
Прикупљање података и систем селекције

5.1 Тригер систем

Велики број догађаја који се генерише у сударима на Великом хадронском сударачу морају бити филтрирани и класификовани у процесу прикупљања. Ово је последица ограничене меморије за складиштење података и одбацивања догађаја који нису физички занимљиви. Систем који је задужен за наведену селекцију се назива тригер (енг. *trigger*) системом детектора CMS који се састоји од два слоја: L1-тригер и HLT (енг. *high-level trigger*) тригер.

5.1.1 L1 Тригер

Тригер L1 је хадверски део, сложен електронски систем који анализира догађаје на нивоу пуне стопе продукције догађаја у сударима снопова. Латенција тригер L1 система је $4 \mu s$. Унутар овог времена за дати судар, систем мора да одлучи да ли се догађај прихвата или одбија користећи информацију из калориметара и мионских комора. Калориметри ECAL и HCAL су први подсистем L1 тригера, док су мионски детектори DT (енг. *drift tubes*), CSC (енг. *cathode strip chambers*) и RPC (енг. *resistive-plate chambers*) други. Оба подсистема по судару формирају иницијалну тригер информацију TP (енг. *trigger primitive*) која се филтрира према шематском приказу 5.1. Калориметарски L1 тригер се састоји од два нивоа, регионалног RCT и глобалног GCT калориметарског тригера (енг. *regional calorimeter trigger, global calorimeter trigger*). Тригер RCT прима трансверзалне енергије и тзв. "quality flags" (програмирани лимит за E_T) од преко 8000 ECAL и HCAL кула (енг. *tower*), прекривајући лонгитудинални интервал од $|\eta| < 5$. Даље, тригер RCT процесуира паралелно ове информације и шаље као повратну информацију e/γ кандидате и



Слика 5.1: Шема прикупљање и селекција догађаја са L1 тригером.

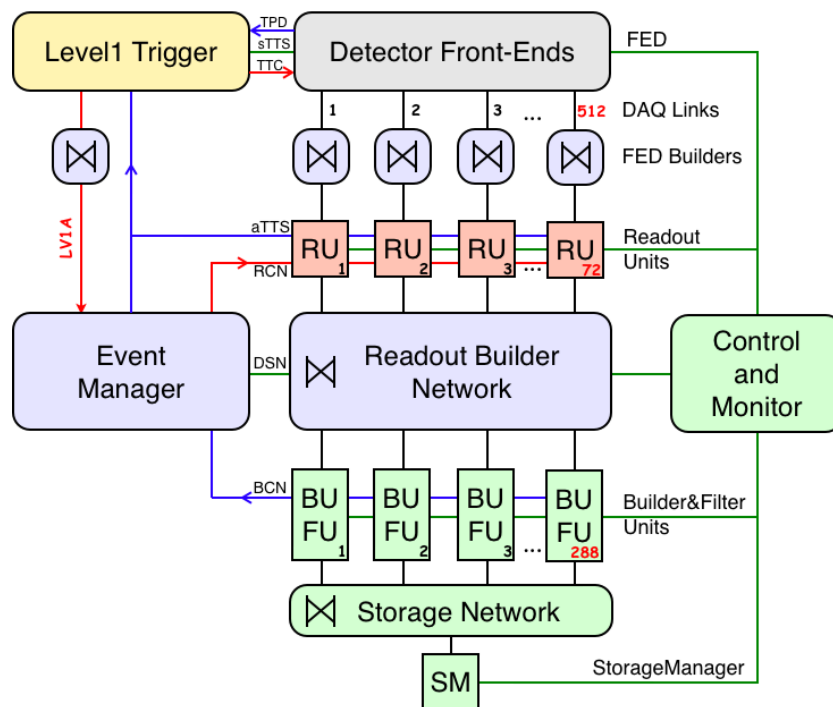
регионалне E_T суме израчунате на бази 4×4 кула. Тригер GCT сортира даље ове кандидате, налазећи jet-ове (класификовани као централни, предњи и тау) путем дате E_T суме, и рачуна глобалне величине као што је нестала трансверзална енергија E_T^{miss} . Као повратну информацију, тригер GCT даје четири e/γ кандидата, четири jet-a и неколико глобалних величина. Као што је наведено, сваки од три мионска детектора учествује у мионском L1 тригеру чиме се обезбеђује преклапање података и добра прекривеност у псевдорapidитету.

За системе DT и CSC (прекривеност од $|\eta| < 1.2$ и $|\eta| > 0.9$ респективно) предња тригер електроника идентификује сегменте трагова честица преко ударца дате честице у јединичну мерну станицу. Ови сегменти се сумирају и прослеђују путем оптичких влакана до "track finder" система, који користећи алгоритме препознавања идентификује мионске кандидате и мери импулс према скретању путање честице у магнетном пољу. Зарад прецизности, DT и CSC "track finder" системи деле информацију у области преклапања од $|\eta| \approx 1$. Паралелно, прикупљени ударци честица на RPC систему (прекривеност од $|\eta| < 1.6$) се директно шаљу од предње тригер електронике до "pattern comparator" система који идентификује мионске кандидате. Нађени мионски кандидати се даље сортирају и прослеђују до глобалног мионског тригера GMT (енг. *Global Muon Trigger*), са највише четири или осам кандидата по једном пресецању снопова (енг. *bunch crossing*). Сваком кандидату се приписује трансверзални импулс p_T и ознака квалитета, као и координате (ϕ, η) унутар мионског система. Систем GMT сортира мионске кандидате, спаја их у један објекат или одбацује према квалитету.

Последњи корак унутар L1 система је глобални тригер GT (енг. *Global Trigger*) који примењује тзв. мени тригера. Мени представља скуп селекција које се користе над коначним објектима (e/γ , миони, jet -ови или tau лептони), неопходним за HLT алгоритме (offline селекција) који имају задата ограничења за податке коришћене у физичкој анализи. Примери тога су гранична вредност недостајуће трансверзалне енергије E_T или селекција објеката са сличним тополошким одликама. Највећи број независних селекције је 128 унутар датог менија. Након одлуке глобалног тригера о прихватању или одбијању догађаја, систем који је задужен за прослеђивање ове одлуке је систем TTC.

5.1.2 HLT Тригер

За разлику од L1 тригера који селектује догађаје у реалном времену за дату стопу судара, тригер HLT представља софтверски независни систем селекције ("offline process"). Тригер HLT је састављен од тзв. фарме компјутера EVF (енг. *event filter farm*), постављених на оперативном систему линукс, са дуал Хеоп процесорима.



Слика 5.2: Скица прикупљања и протока података на CMS тригеру.

Слика 5.2 представља скицу протока података након прослеђене одлуке о прихватању догађаја од стране TTC система. Систем који првобитно преузима и складишти податке о догађају примљене од електронике свих подсистема је тзв. предњи систем детектора (енг. *detector front-ends*). Приближно 1000 модула овог система се ишчитавају са 512 тзв. колона за читање. Свака колона садржи одређен број

хардвер картица за читање FED (енг. *front-end driver*) и једну јединицу RU (енг. *readout*). Свака јединица RU је повезана путем система прекидача за јединице BU (builder unit). Наведена јединица BU скупља фрагменте података од свих подсистема и реконструише пун догађај. Дати догађај се даље прослеђује филтер јединици FU (енг. *filter unit*), која коначно спроводи алгоритме за одбијање или прихватање догађаја (HLT алгоритми) на фарми CPU компјутера. За потпун преглед тригер система детектора CMS погледати референцу [62].

5.2 Подаци CMS коришћени у анализи

Подаци коришћени у овој анализи су прикупљени са детектором CMS на LHC-у током сезоне прикупљања података у 2011 и 2013 години за PbPb и pPb, респективно. Судари олово-олово при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$ одговарају интегралној луминозности од $159 \mu b^{-1}$, док судари протон-олово при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02 \text{ TeV}$ одговарају интегралној луминозности од 35 nb^{-1} . У случају pPb, енергија снопа за протоне је 4 TeV, и 1.58 TeV по нуклеону за језгро олова.

5.3 Подаци PbPb

Први скуп коришћених олово-олово података припада класи MB (енг. *minimum bias*) догађаја који проистичу из свих нееластичних судара језгара. Назив класе означава да постоји минимална преференца у примени одређеног тригера, односно, селектовани догађаји представљају фракцију од свих насталих нееластичних судара. Догађаји су селектовани користећи преклапајуће тригер сигнале са оба краја детектора од калориметара BSC или HF (описаних у Поглављу 4). Ефикасност тригера је преко 97% али је само мала фракција (2%) догађаја коришћена због меморијског ограничења у складиштењу података. Централност судара језгара је одређено на основу депозита енергије у калориметрима HF [63]. За селекцију веома централних олово-олово судара 0-0.2% (чеони судар језгара, $b \approx 0$), који су коришћени у анализи, конструисан је посебан тригер [64]. Реконструисани примарни вертекс (тачка интеракције) мора бити лоциран унутар $\pm 15 \text{ cm}$ интервала од средње тачке судара дуж правца снопа и унутар радијуса од 0.2 cm у трансверзалној равни.

Детектор по својој конструкцији није идеалан, односно, све честице и одговарајући трагови не могу бити реконструисани због ограничења предње електронике. Наведена ефикасност детектора зависи од p_T вредности честице (већи трансверзални импулс боља реконструкција). Процена ефикасности се врши симулацијом судара

олово-олово MC генератором HYDJET [88]. У случају централности 0-5% ефикасност реконструкције трагова је приближно 70% за $|\eta| < 1$ и $p_T \sim 1 \text{ GeV}/c$, и 50% за $p_T \sim 0.3 \text{ GeV}/c$. Фракција погрешно реконструисаних трагова је мала ($< 5\%$), за интервале $p_T > 0.5 \text{ GeV}/c$ и $|\eta| < 1.6$, и повећава се на 20% за врло ниске вредности трансверзалног импулса $p_T < 0.5 \text{ GeV}/c$.

5.4 Подаци pPb

Протон-олово (MB) догађаји су селектовани са условом да је барем један траг (са $p_T > 0.5 \text{ GeV}/c$) нађен у Pixel тракеру паралелно са једним пресецању снопова (енг. *bunch crossing*). Од свих (MB) догађаја само је мала фракција (10^{-3}) узета, опет због меморијског ограничења у складиштењу података. Услед јаке асиметрије у величини сударујућих система, зарад анализе, неопходно је селектовати ређе догађаје са високим мултиплицитетом (бројем трагова). За ову сврху, посебан тригер је направљен на нивоу L1 и HLT селекције. За L1 селекцију, укупна трансверзална енергија (E_T) сумирана од подсистема ECAL и HCAL мора бити већа од вредности 20 GeV или 40 GeV, респективно. Тригер HLT реконструкција се заснива на три слоја Pixel-а, са захтевом да се траг налази у цилиндричној области, дужине 30 cm дуж снопа и унутар радијуса 0.2 cm у трансверзалној равни. За сваки догађај, реконструисани вертекс који има највећи број трагове у Pixel тракеру је селектован. Број Pixel трагова $N_{\text{trk}}^{\text{online}}$ за $|\eta| < 2.4$, $p_T > 0.4 \text{ GeV}/c$, који су на раздаљини од 0.4 cm или мање од датог вертекса, се одређује за сваки догађај.

Током даље HLT селекције догађаја протон-олово, неопходан услов је присуство бар једне HF куле са више од 3 GeV укупне енергије у сваком HF детектору. Селектовани догађаји исто морају садржати бар један примарни реконструисани вертекс унутар 15 cm од тачке судара дуж правца снопа и унутар 0.15 cm трансверзално од правца снопа. Такође, бар два реконструисана трага морају бити асоцирана са примарним вертексом. Даље, траг се узима као примарни кандидат ако су односи $d_z/\sigma(dz)$ и $d_T/\sigma(d_T)$ мањи од 3, где су d_z и d_T сепарације између трага и најбољег вертекса дуж и трансверзално од снопа са одговарајућим сигма вредностима, респективно.

Ток и корелације честица

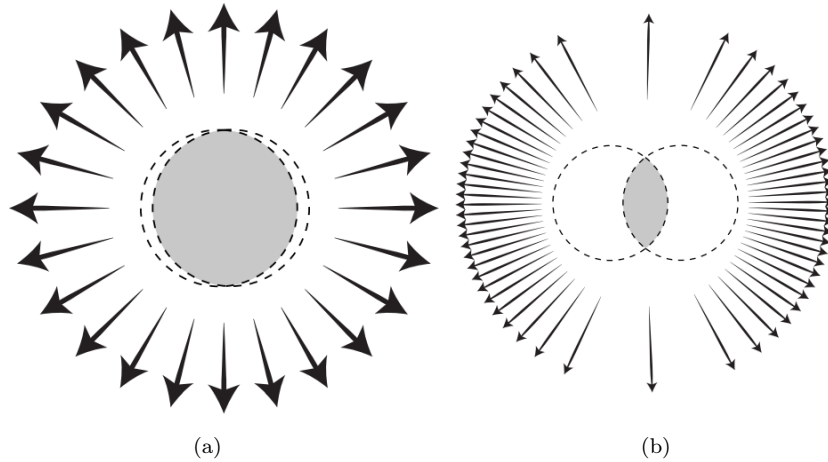
6.1 Ток и просторна анизотропија

У првом поглављу уведен је појам тока који представља важну експерименталну опсерваблу за изучавање кварк-глуонске плазме, створене у сударима тешких језгара на енергијама Великог хадронског сударача. У оквирима релативистичке хидродинамике, ток је мера присутне просторне анизотропије при емитовању новонасталих честица након хадронизације флуида. Примери изотропног и анизотропног емитовања хадрона, у трансверзалној равни, илустровани су на Сл. 6.1. Наведени случајеви се могу квантификовати као једночестичне расподеле броја емитованих хадрона N , за дати догађај, по азимуталном углу ϕ

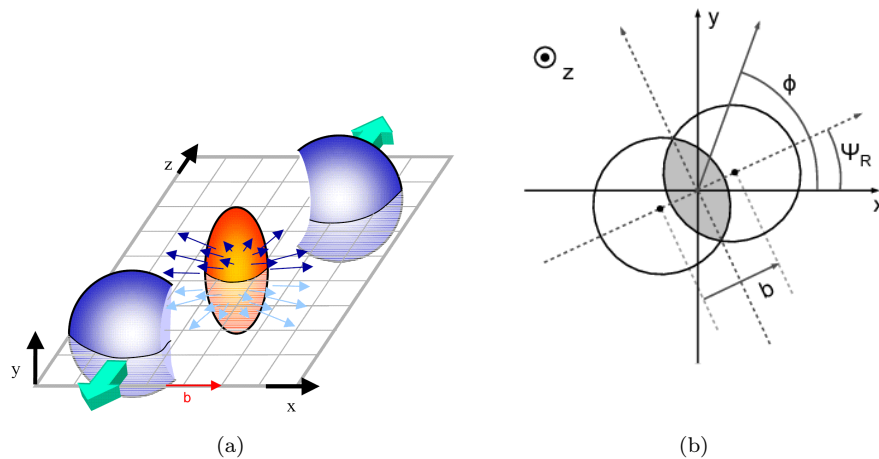
$$\text{изотропија : } \frac{dN}{d\phi} = \text{const}, \quad (6.1)$$

$$\text{анизотропија : } \frac{dN}{d\phi} = \frac{x_0}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} [x_n \cos(n\phi) + y_n \sin(n\phi)]. \quad (6.2)$$

Поред тривијалног случаја просторне изотропије, расподела просторне анизотропије као периодична функција може се дефинисати Fourier-овим развојем [13]. У случају изотропије сви коефицијенти осим x_0 су нула. Постојање просторне анизотропије, односно ненултих Fourier-ових коефицијената x_n и y_n , је функција почетне геометрије и густине области преклапања два језгра у датом судару. Унутар дате области преклапања, новонастала јако интерагујућа средина има нехомоген градијент притиска у трансверзалној равни $\partial_x p \neq \partial_y p$, стварајући преферцијалне правце емитовања хадрона. Зарад дискусије и дефинисања опсервабле тока на основу почетне геометрије судара језгра може се поћи од идеализованог случаја, приказаног на сликама 6.2(a) и 6.2(b) за Декартове и трансверзалне координате, респективно. Идеализација подразумева хомогена језгра по густини конститутивних нуклеона, при чему је у Одељку 3.3.1 већ наведен реалистичан судар два језгра који мора укључити



Слика 6.1: Примери изотропног емитовања (а) и анизотропног емитовања (б) хадрона након стања замрзавања у еволуцији кварк-глюонске плазме.



Слика 6.2: Идеализација периферног судара два језгра у 3D (а) и 2D (б) координатама. Вектор параметра судара на Сл. (а) се поклапа са правцем x -осе.

временско-просторну флукуацију нуклеона. У таквој идеализованој ситуацији, за дефинисање централности судара језгара користи се параметар судара \vec{b} , као вектор који спаја центре језгара, са вредностима $|\vec{b}| = 0$ и $|\vec{b}| \sim d$ (дијаметар језгра) за најчеонији и најперифернији судар, респективно. Лонгитудинални вектор упадног снопа и вектор параметра судара (\vec{z}, \vec{b}) дефинишу тзв. реакциону равну при чему је угао одклона дате равни од x -осе одређен углом реакционе равни Ψ_R . За сваки пар Fourier-ових коефицијената (x_n, y_n) може се дефинисати нови коефицијент путем трансформација

$$x_n = v_n \cos n\Psi_n, \quad (6.3a)$$

$$y_n = v_n \sin n\Psi_n, \quad (6.3b)$$

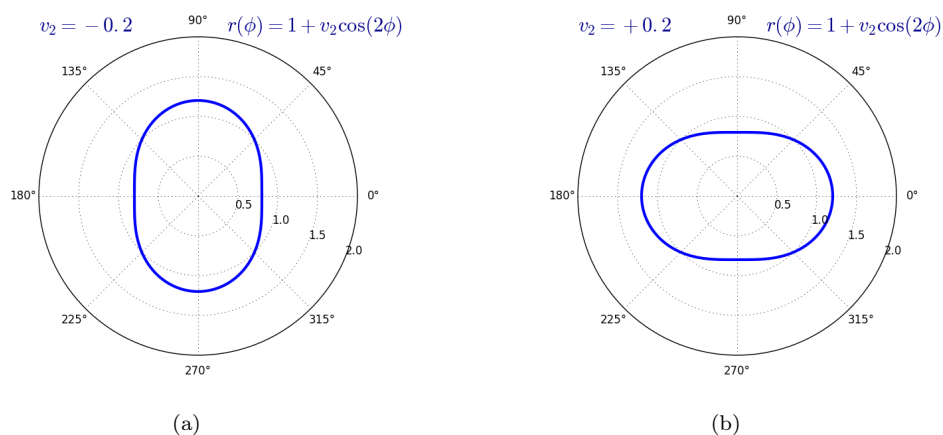
где је коефицијент v_n тражена опсервабла тока и Ψ_n одговарајући угао тока или тзв. угао равни догађаја за n -ти Fourier-ов коефицијент. Угао равни догађаја Ψ_n представља експерименталну величину која флукутира око идеалног угла реакционе равни Ψ_R услед ограничене резолуције мерења која је функција броја честица у датом судару. Другим речима, угао равни догађаја конвергира углу реакционе равни за велики мултиплицитет по догађају $M \gg 1$. Заменом тригонометријских j -на (6.3) у j -ну (6.2), расподела просторне анизотропије узима следећи облик

$$\frac{2\pi}{N} \frac{dN}{d\phi} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n(p_T, \eta) \cos[n(\phi - \Psi_n(p_T, \eta))]. \quad (6.4)$$

Из j -не (6.4) се види да су интензитет тока и угао равни догађаја функције трансверзалног импулса и псевдорapidитета и да нулта вредност тока v_n подразумева изотропну емисију. Коефицијент v_n се добија множењем j -не (6.4) са $\cos[n(\phi - \Psi_n)]$ и интегрисањем по ϕ , чиме се може дефинисати експериментална вредност тока

$$v_n = \langle \cos(n(\phi - \Psi_n)) \rangle. \quad (6.5)$$

Заграда $\langle \rangle$ означава усредњавање по свим честица у свим догађајима од интереса за дати фазни интервал трансверзалног импулса и псевдорapidитета. Додатно усредњавање по свим догађајима, поред постизања боље статистичке резолуције опсервабле, има импликације и са важним ефектом флукутације тока по догађају (деталније о томе у Одељку 6.4). Директно рачунање интензитета тока помоћу j -не (6.5) познато је као *метод угла равни догађаја* пошто је неопходно реконструисати дати угао Ψ_n на основу датог спектра честица за дати догађај [65].



СЛИКА 6.3: Једноставна илустрација out-of-plane (a) и in-plane (b) тока дефинисан знаком елиптичког коефицијента v_2 унутар функције $r(\phi) = 1 \pm v_2 \cos(2\phi)$, која даје зависност трансверзалног радијус положаја r у функцији азимуталног угла ϕ .

Пошто сума у j -ни (6.4) садржи неограничен број хармоника поставља се питање

физичке интерпретације и интензитета сваког реда хармоника. Први хармоник $v_1(p_T, \eta)$ је познат као усмерени ток који је генерално занимљивији као функција рапидитета (псевдорапидитета) и који се односи на бочно колективно одбијање нуклеона у судару од густе интерагујуће средине [66]. Други хармоник се означава као елиптички ток, чији интензитет је функција почетне геометрије судара приказане у облику елипсе као на Сл. 6.2(b), од чега је и настао одговарајући назив за тај хармоник. Слика 6.3 илуструје емисију честица са азимуталном расподелом $r(\phi)$ која садржи само елиптични ток v_2 за случај оба (\pm) знака. Облик одговара елипси, при чему знак одређује правац емисије који се означава као out-of-plane ток за знак (-) и in-plane ток за знак (+). Од виших AGS енергија, преко SPS и све до RHIC и LHC енергија, емисија се увек дешава као in-plane. Виши хармоници ($n > 2$) имају исту физичку интерпретацију, као функције почетне геометрије области преклапања језгара вишег реда (триангуларни, квадруполни облик итд). Третирањем судара језгара приказаном идеализацијом, област преклапања може узети само елиптички облик чиме су виши хармоници одсутни. Тиме, за опис виших хармоника неопходно је узети реалистичан судар тј. укључити и присутну флукуацију положаја нуклеона унутар језгара.

6.2 Ексцентрицитет почетне геометрије области судара

Слика 6.4, коришћена у Одељку 3.3.1 за дефинисање хидродинамичких почетних услова, даје приказ реалног периферног судара два језгара. Главне осе елиптичне области преклапања језгара су осе координатног система (x, y) где се угао реакционе равни поклапа са x -осом. За дате трансверзалне координате, може се дефинисати тзв. реакциони ексцентрицитет

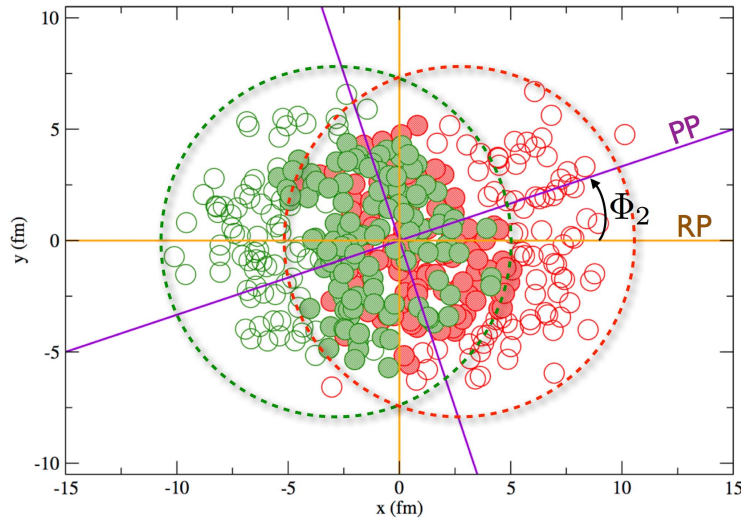
$$\varepsilon_{\text{RP}} = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2} \quad (6.6)$$

где су $\sigma_x^2 = \{x^2\} - \{x\}^2$ и $\sigma_y^2 = \{y^2\} - \{y\}^2$ варијансе расподеле нуклеона по x и y осе и заграда $\{\}$ означава усредњавање по положају нуклеона за дати догађај. Хидродинамичке симулације, поред успешног предвиђања вредности елиптичког тока на RHIC експериментима [67], показале су да постоји линеарна веза између v_2 и ексцентрицитета ε_2 [68]. Генерално, скала v_2/ε_2 треба да буде искључиво функција густине и величине система када елиптички ток настаје. Ипак, упоређивањем система CuCu и AuAu показало се да дато скалирање, које се пресликава у коначну просторну импулсну анизотропију, зависи од дефиниције ексцентрицитета [69]. Корекција која мора да се узме у обзир јесте нехомогеност језгара чиме се главне осе области преклапања ротирају за одређени угао. На Сл. 6.4, та ротација је одређена

углом учесника Φ_2 , чији правац заједно са правцем упадног снопа (z -оса) дефинише тзв. раван учесника РР (енг. *participant plane*). Ако је на пример густина области судара одређена Гауссовом расподелом, нове главне осе (x', y') (осе означене љубичастом бојом) ће се поклапати са правцем који одређује највећи градијент густине нуклеона учесника. Користећи нове координате може се показати (погледати Додатак А.11) да ексцентрицитет узима облик

$$\varepsilon_{\text{part}} = \frac{\sqrt{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2}, \quad (6.7)$$

који се означава као ексцентрицитет учесника. Ако се координатни систем фикс-



Слика 6.4: Пресек реалистичног периферног судара два језгра у трансверзалној равни. Језгро је нехомоген објекат са конститутивним нуклеонима чији положаји флукутирају у просторним координатама.

сира у систему центра масе учесника нуклеона, са $\langle x \rangle = \langle y \rangle = 0$, дата дефиниција ексцентрицитета учесника у поларним координатама је

$$v_2 \sim \varepsilon_2 = \frac{\sqrt{\langle r^2 \cos 2\phi \rangle^2 + \langle r^2 \sin 2\phi \rangle^2}}{\langle r^2 \rangle}. \quad (6.8)$$

Поларне координате (r, ϕ) се односе на позицију нуклеона учесника. Исто, ј-на (6.8) показује наведену линеарну везу између елиптичког тока и одговарајућег ексцентрицитета.

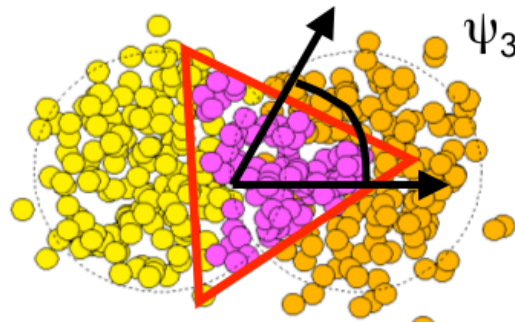
6.3 Виши хармоници

Као што је наведено, третирањем језгра као идеалног хомогеног објекта почетна геометрија области судара одговара искључиво елиптичком облику. У том случају,

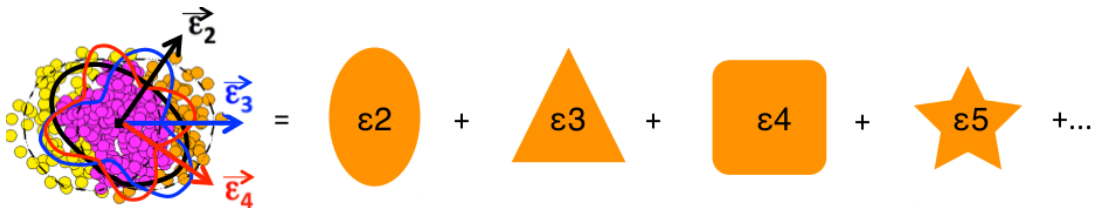
у Fourier-овом развоју за просторну анизотропију према j -ни (6.4), само усмерени v_1 и елиптички ток v_2 су присутни. Велики искорак у физици тока је интерпретација трећег (триангуларног) хармоника који се исто може корелисати са почетном геометријом области судара [70]. Услед просторне флукуације нуклеона унутар језгра, поред елиптичког облика, у почетном тренутку судара, могу да буду присутне геометрије вишег реда области судара. Ово је директно илустровано на Сл. 6.6 где нуклеони учесници судара дефинишу триангуларну област преклапања. Слично као и за елиптички ток, ексцентрицитет учесника за триангуларни случај је дефинисан као

$$v_3 \sim \varepsilon_3 = \frac{\sqrt{\langle r^2 \cos 3\phi \rangle^2 + \langle r^2 \sin 3\phi \rangle^2}}{\langle r^2 \rangle}. \quad (6.9)$$

Наведени механизам може се генерализовати, чиме су сви виши хармоници последица више геометрије области судара настале услед флукуације нуклеона. На Сл. 6.5 дата је илустрација наведеног механизма, где се област преклапања судара језгра може посматрати као суперпозиција више почетних геометрија квантификованих са одговарајућим ексцентрицитетима. Ипак, хидродинамичке симулације показују да линеарна веза између тока v_n и ексцентрицитета ε_n постоји само до трећег реда $n \leq 3$, где је константа пропорционалности v_n/ε_n осетљива на једначину стања и η/s [71, 72].



Слика 6.5: Пример триангуларне почетне геометрије области судара језгара настале услед просторне флукуације нуклеона са одговарајућим углом равни догађаја [70].



Слика 6.6: Илустрација области судара језгара као суперпозиција степенастог реда геометрија.

6.4 Флуктуације тока по догађају

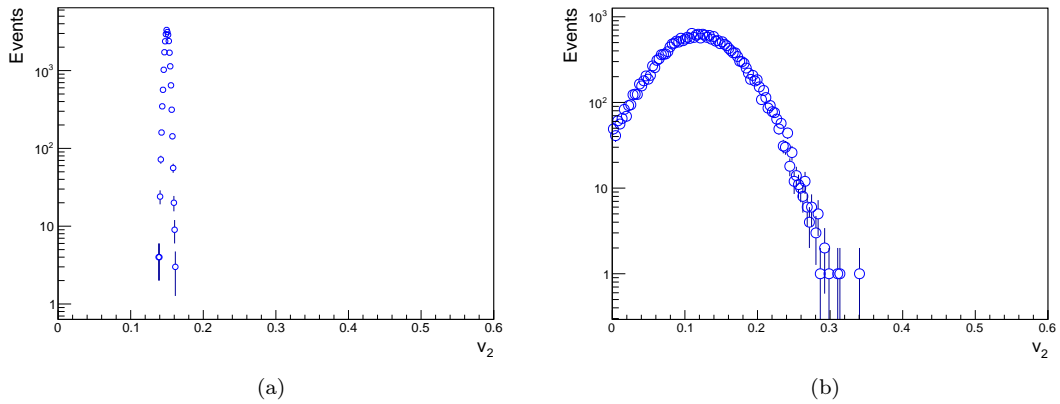
Флуктуације почетних стања сударајућих језгара, поред генерисања виших хармоника $n > 2$, одговорне су и за флуктуацију интензитета ексцентрицитета по догађају. Дате флуктуације могу се описати Bessel-Gauss-овом расподелом

$$p(\varepsilon_n|\varepsilon_0, \sigma) = \frac{\varepsilon_n}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{\varepsilon_n^2 + \varepsilon_0^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{\varepsilon_n \varepsilon_0}{\sigma^2}\right), \quad (6.10)$$

где је ε_0 средња вредност ексцентрицитета (почетне геометрије судара) у односу на реакциону раван и σ одговарајућа ширина флуктуације. Слично, пошто је ток директна функција ексцентрицитета, расподела која описује флуктуацију тока узима исту форму

$$p(v_n) = \frac{v_n}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{v_n^2 + (v_n^{RP})^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{v_n v_n^{RP}}{\sigma^2}\right), \quad (6.11)$$

где је v_n^{RP} средња вредност n -тог хармоника у односу на реакциону раван. Важност оваквих флуктуација по догађају је пресудна зарад методолошког дефинисања опсервабле тока која се мери. Иницијално, пошто су почетни параметри судара у експерименту фиксирани (енергија, централност), очекивала се стабилна вредност тока наспрам јаких флуктуација. Слика 6.7 показује оваква два сценарија са стабилним током и Gauss-овом расподелом. Наведене флуктуације по догађају имају директне импликације на опсерваблу која се мери, као што ће бити разматрано у Одељку 6.5 о методологији мерења.



Слика 6.7: Примери стабилног (a) (теоријски очекиваног) интензитета тока по догађају и експериментално мереног интензитета тока (b).

6.5 Дво-честичне корелације

Стандардни методи у физици високих енергија најчешће користе корелације честица. Корелације могу бити дво-честичне (најнижег реда) и више-честичне (три, четири,...), у зависности од конкретне физичке анализе. Прва експериментална примена дво-честичних корелација потиче из педесетих година упаривањем фотона за мерење дијаметра звезда и других астрономских објеката [42] и касније упаривањем пиона за мерење величине тзв. fireball-а (интерагујуће средине) који настаје у протон-антипротон судару [43]. Такође, метод двочестичних корелација се примењује за идентификацију резонанци које се распадају на детектоване честице чија инваријантна маса одговара маси резонанце. У контексту физике тока, применом честичних корелација избегава се директна реконструкција угла равни догађаја Ψ_n и у зависности од статистике могу се квалитетније третирати доприноси неколективних ефеката. Прво, за формализацију честичних корелација практично је записати коефицијент тока из ј-не (6.5) у интегралном и комплексном облику

$$v_n(\mathbf{p}) = \langle \cos(n(\phi - \Psi_n)) \rangle = \langle e^{in\bar{\phi}} \rangle = \frac{\int_{\mathcal{P}} e^{in\bar{\phi}} f(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p}}{\int_{\mathcal{P}} f(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p}}, \quad (6.12)$$

где је $\bar{\phi} = \phi - \Psi_n$ и \mathcal{P} фазни простор унутар датог интервала за (p_T, η) . Члан $\langle \sin n\bar{\phi} \rangle = 0$ нестaje, јер је извор емитованих честица у средњем симетричан у односу на раван догађаја. Због тога је коефицијент v_n реалан. За дати хидродинамички догађај угао равни догађаја се третира као глобална величина тј. свака честица се корелише са истом фазном вредношћу Ψ_n . Тиме, примењујући дво-честичне корелације долази до поништавања датог угла и рачуна се директно одговарајући дво-честични хармоник $V_{n\Delta}$

$$V_{n\Delta}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \langle V_n(\mathbf{p}_1) V_n^*(\mathbf{p}_2) \rangle = \frac{\int_{\mathcal{P}_1} \int_{\mathcal{P}_2} e^{in(\phi_1 - \phi_2)} f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) d^3\mathbf{p}_1 d^3\mathbf{p}_2}{\int_{\mathcal{P}_1} \int_{\mathcal{P}_2} f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) d^3\mathbf{p}_1 d^3\mathbf{p}_2}, \quad (6.13)$$

где је $f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ одговарајућа дво-честична фазна расподела. За дефинисање тока као функције дво-честичног хармоника $V_{n\Delta}$ мора да се раздвоји диференцијални и интегрални ток. Диференцијални ток је директна функција (зависност) од трансверзалног импулса или псевдорapidитета, док је интегрални ток тзв. референтни ток интегрисан у широком (p_T, η) фазном интервалу. Интегрални ток дво-честичних корелација, за дати референтни \mathbf{p}^{ref} бин, дат је као

$$v_n\{2\} = \sqrt{V_{n\Delta}(\mathbf{p}^{\text{ref}}, \mathbf{p}^{\text{ref}})}, \quad (6.14)$$

где број у загради $\{ \}$ означава ред корелације. За дефинисање диференцијалног тока дво-честичних корелација неопходно је прво увести појам факторизације која је

стандардна претпоставка у анализи колективног кретања. Факторизација се односи на тзв. независно емитовање честица након хадронизације флуида и квантитативно означава факторисање дво-честичне расподеле на производ једно-честичних

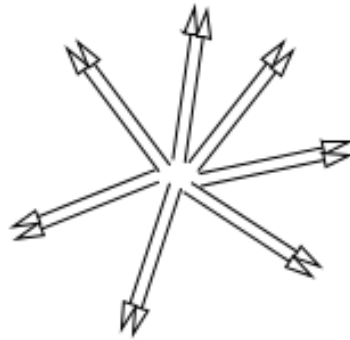
$$f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = f(\mathbf{p})f(\mathbf{p}_2), \quad (6.15)$$

$$V_{n\Delta}(\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2) = v_n(\mathcal{P}_1)v_n(\mathcal{P}_2). \quad (6.16)$$

Последње две једначине значе да, ако постоји изражено колективно понашање система, свака честица је емитована независно, носећи информацију само о својој оријентацији у односу на цео систем што и доводи до факторизације двочестичне расподеле. Другим речима, азимутална корелација између честица је искључиво резултат корелације честица са углом равни догађаја. Ипак, факторизација из ј-не (6.15) може бити нарушена због присуства неколективних или тврдох ефеката тј.

$$f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = f(\mathbf{p})f(\mathbf{p}_2) + f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)_c, \quad (6.17)$$

са величином $f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)_c$ која означава наведене неколективне доприносе. Примери оваквих процеса су: *jet-ови*, *глобално одржање импулса*, *распади резонанци*, *Coulomb-ове интеракције*, *НВТ ефекти*.



Слика 6.8: Илустрација неколективног ефекта. Паран број $N = 14$ честица се емитују као седам колинеарних парова.

Обично, члан $f(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)_c$ је реда величине $\sim 1/N$ (N је овде мултиплицитет тј. број честица у догађају) у односу на некорелисан члан. Ово је илустровано на Сл. 6.8 са датом симплификацијом неколективног емитовања честица. На пример, у сваком догађају се емитује $N/2$ пара честица, при чему су парови емитовани изотропно и сами парови имају колинеарне импулсе. Пошто су парови хомогено емитовани, једночестични ток из ј-не (6.12) је нула док дво-честични хармоник има ненулту

вредност директно одређену неколективним ефектом тј.

$$v_n = \langle e^{in\bar{\phi}} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{in\bar{\phi}_i} = 0, \quad (6.18)$$

$$V_{n\Delta} = \langle e^{in(\phi_i - \phi_j)} \rangle = \frac{1}{\binom{N}{2}} \sum_{k=1}^{\binom{N}{2}} e^{in\Delta\phi_k} = \frac{1}{N-1} \approx \frac{1}{N}, \quad (6.19)$$

где заграда $\langle \rangle$ у овом случају означава усредњавање по броју честица или парова. На овај начин, рачунајући интегрални ток $v_n = \sqrt{V_{n\Delta}} \sim 1/\sqrt{N}$ преко дво-честичног хармоника, ненулта вредност би била производ неколективних ефеката. Ово је не реалистичан пример, али добра илустрација механизма неколективних доприноса која даје добар ред величине. Наведена дискусија показује важност разликовања неколективних ефеката (фона) од сигнала тока, чије третирање мора бити саставни део сваке методе мерења тока.

6.6 Кумулант и корелације вишег реда

Метод кумуланта представља формализам рачунања тока коришћењем више-честичних корелација. У даљем тексту биће дат кратак опис методологије док се за потпуни преглед теорије кумуланта могу погледати референце [73, 74]. По конструкцији дво-честичне корелације припадају најнижем реду кумуланта ($k = 1$), при чему треба разликовати сам метод дво-честичних корелација који може да третира доприносе неколективних ефеката (детаљно у Одељку 6.7) у односу на дати ред. Методологија кумуланта укључује само паран број корелација ($2k = 2, 4, 6, 8..$) чиме се и означава одговарајући ток $v_n\{2k\}$. Главни разлог рачунања тока v_n путем више-честичних корелација ($k > 1$) је управо могућност смањивања доприноса неколективних ефеката у односу на најнижи ред ($k = 1$). Сам метод се састоји у рачунању тзв. "кумулант" величине $c_n\{2k\}$ (где је n ред Fourier-овог коефицијент и $2k$ број корелисаних честица) са азимуталним корелацијама до реда $2k$, тј. са $\langle \exp[in(\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_{k'} - \phi_{k'+1} - \dots - \phi_{k'+k''})] \rangle$ где је $k' + k'' \leq 2k$. Главна одлика кумуланта је да елиминише све доприносе нижег реда, тако да остају само корелације реда $2k$. У случају тока v_n , допринос датом кумуланту је пропорционалан са v_n^{2k} . Остали доприноси кумуланту су од $2k$ -корелација које потичу од неколективних ефеката који се скалирају као N^{1-2k} (N број честица у датом догађају). Тиме, да би ток био доминантан сигнал у односу на неколективни допринос мора да важи

$$v_n^{2k} \gg \frac{1}{N^{2k-1}}. \quad (6.20)$$

За дво-честичне корелације ($k = 1$) добија се ред величине $1/N$, исто као из примера колинеарних емитованих парова из претходног одељка. У случају четворо-корелација, тј. $k = 2$, добија се ред $1/N^3$ што је очито мање у односу на први случај. Тиме, повећавањем реда корелација релативна амплитуда ток постаје већа у односу на неколективне доприносе. Следећи низ једначина даје вредност интегралног тока у зависности од реда кумуланта

$$v_n \{2\} = \sqrt{\langle v_n^2 \rangle}, \quad (6.21)$$

$$v_n \{4\} = \sqrt[4]{-\langle v_n^4 \rangle + 2\langle v_n^2 \rangle^2}, \quad (6.22)$$

$$v_n \{6\} = \sqrt[6]{(\langle v_n^6 \rangle - 9\langle v_n^4 \rangle \langle v_n^2 \rangle + 12\langle v_n^2 \rangle^3)/4}, \quad (6.23)$$

$$v_n \{8\} = \sqrt[8]{-(\langle v_n^8 \rangle - 16\langle v_n^6 \rangle \langle v_n^2 \rangle - 18\langle v_n^4 \rangle^2 + 144\langle v_n^4 \rangle \langle v_n^2 \rangle^2 - 144\langle v_n^2 \rangle^4)/33}, \quad (6.24)$$

где је кумулант $c_n \{2k\}$ за дати ред пропорционалан изразу испод корена. Број корелација није ограничен али у експерименту, где је број честица коначан по догађају, не користи се кумулант већи од $2k = 8$ јер резултује у огромној статистичкој неодређености. Интегрални дво-честични ток $v_n \{2\}$ је очито једнак већ дефинисаном референтном току из ј-не (7.2). Користећи наведени скуп једначина може се илустровати важност флукуације тока по догађају, описаног у одељку 6.4. У идеалном случају када би постојало само колективно кретање без флукуације тока, вредности тока свих кумуланта биле би једнаке

$$v_n \{2\} = v_n \{4\} = v_n \{6\} = v_n \{8\}, \quad (6.25)$$

што се лако проверава заменом $\langle v_n^{2k} \rangle = v_n^{2k}$ у горњим једначинама. У реалном случају вредности кумуланта се сортирају као

$$v_n \{2\} > v_n \{4\} \approx v_n \{6\} \approx v_n \{8\}, \quad (6.26)$$

где се види да дво-честични кумулант ток има већу вредност од виших редова који су приближно једнаки. За случај ($n = 2$) разлика је на нивоу 1%, доминантнија за периферне сударе, што је последица линеарне зависности $v_2 \sim \varepsilon_2$ и не-Gauss-ових компоненти које садржи ексцентрицитет ε_2 [75].

6.7 Метод дво-честичних корелација

Из претходних разматрања показана је важност раздвајања сигнала тока од неколективних ефеката у честичним корелацијама. У оквирима кумулант рачуна више-честичне корелације ($2k = 4, 6, 8, \dots$) на квалитетнији начин третирају неколективне доприносе. Ипак, дво-честичне корелације могу бити значајан метод у анализи физике тока. Велика предност оваквих корелација је визуализација тј. конструкција дво-честичних дво-димензионалних корелационих расподела (разматрано у следећем одељку) и анализа добијених структура. На пример, у оваквим дво-честичним расподелама могу се директно изоловати структуре јет-ова и ефекти дугодометних корелација које су последица колективног кретања. Исто, у оквиру метода дво-честичних корелација могуће је увести додатни услов при упаривању честица чиме се директно третирају неколективни доприноси. Додатни услов се односи на разлику псевдорapidитета између честица који одређује дугодометност и природу корелације. У наредном тексту дат је детаљан опис рачунања дво-честичних хармоника и одговарајућег тока.

6.7.1 Дво-честична дво-димензионална корелациона функција

Стандардан начин за рачунање дво-честичних хармоника $V_{n\Delta}$ је конструкција дво-честичне дво-димензионалне корелационе функције која је еквивалентна расподели броја упарених честица у функцији разлике азимуталног угла и разлике псевдорapidитета датих парова $(\Delta\phi, \Delta\eta)$. За дату централност судара, дефинишу се тзв. тригер честице, наелектрисане честице које припадају одређеном интервалу трансверзалног импулса p_T^{trig} . Укупан број тригер честица за дату интервал је означен са N_{trig} . Парови честица се праве придруживањем свакој наелектрисаној тригер честици остатак наелектрисаних честица (тзв. асоциране честице) које припадају засебном p_T^{assoc} интервалу (који може бити исти или другачији од p_T^{trig} интервала). Сигнал дво-честичне расподеле, нормиран на број тригер честица, је дат као

$$S(\Delta\eta, \Delta\phi) = \frac{1}{N_{\text{trig}}} \frac{d^2 N^{\text{same}}}{d\Delta\eta d\Delta\phi}, \quad (6.27)$$

где је N^{same} број парова честица унутар истог догађаја. Поред сигнала, неопходно је дефинисати фон као корекцију на неидеални детектор са нехомогеном акцептансом по целој геометрији датог фазног простора

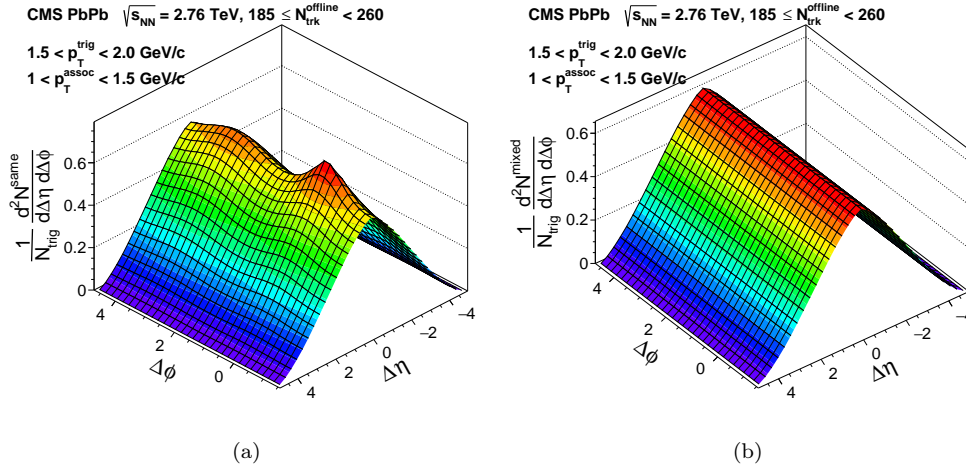
$$B(\Delta\eta, \Delta\phi) = \frac{1}{N_{\text{trig}}} \frac{d^2 N^{\text{mix}}}{d\Delta\eta d\Delta\phi}. \quad (6.28)$$

Број N^{mix} се односи на број парова честица из десет различитих догађаја који је за ред величине већи од N^{same} ¹. Прецизније, свака тригер честица се корелише са десет асоцираних честица из различитих догађаја при чему постоји услов да су догађаји тополошки слични. Тополошка сличност се одређује разликом z -вертекса између догађаја (формирају се парови само из догађаја за које важи $|\Delta z| < 5$ cm). Коначно, делећи сигнал и фон из ј-на (6.27) и (6.28) добија се дво-честична корелациона функција

$$\frac{1}{N_{\text{trig}}} \frac{d^2 N^{\text{pair}}}{d\Delta\eta d\Delta\phi} = B(0, 0) \times \frac{S(\Delta\eta, \Delta\phi)}{B(\Delta\eta, \Delta\phi)}. \quad (6.29)$$

Вредност фона за $\Delta\phi = 0$ и $\Delta\eta = 0$, $B(0, 0)$, представља допринос парова честица мешаних догађаја које се приближно емитују у истом правцу чиме се добија пуна акцептанса парова [87]. Тиме, величина $B(0, 0)/B(\Delta\eta, \Delta\phi)$ у ј-ни (6.29) представља коначну корекцију на нехомогену акцептансу парова детектора. Пример сигнала и фона у случају олово-олово судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$ TeV, за интервал мултиплицитета $185 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 260$, дат је на Сл. 6.9. Користећи ј-ну (6.29) добија се одговарајућа дво-честична дво-димензионална корелациона функција дата на Сл. 6.10. Дата функција према свом облику приказује важне физичке структуре, као што су корелације које потичу од jet-ова. Илустрација емитовања два jet-а (енг. *dijet*), након проласка партона кроз кварк-глуонску плазму и хадронизације је дато на Сл. 6.11(a). Честице унутар jet-а су уско корелисане што значи да су честице одређене малим међусобним вредностима разлике азимуталног угла и разлике псеудорapidитета ($\Delta\phi, \Delta\eta$). Последица тога је видљиви допринос jet-ова у дво-честичној дво-димензионалној корелационој функцији, који представља пик означен облашћу на Сл. 6.11(b). Овде ипак треба разликовати два доприноса jet-а, који се односи на споменути случај *dijet*-а. У једној врсти симплификације, ако настану два jet-а (који су супротног смера ради очувања импулса) један потиче од партона који пролазе кроз кварк-глуонску плазму, док други потиче од партона формираних ближе површини кварк-глуонске плазме па тако пролазе знатно краћи пут кроз њу. Разлике по азимуталном углу и по псеудорapidитету честица које потичу од партона који су прешли дужи пут (енг. *way side*) кроз кварк-глуонску плазму су у средњем веће од оних које потичу од партона који су прешли краћи пут (енг. *near side*). У корелационој функцији *away side jet* ће због израженог пригушења да буде окарактерисан широким максимумом око $\Delta\phi \approx \pi$ и $\Delta\eta \approx 0$. Са друге стране, *near side jet* биће мање пригушен и задржаће уско колимисане честице по $(\Delta\phi, \Delta\eta)$. Даље, посматрајући дво-честичну дво-димензионалну корелациону функцију уочава се важна структура "гребена" (енг. *Ridge*) на "ближој" страни корелационе функције, са стабилним сигналом по целој $\Delta\eta$ оси као ефекат дугодометних корелација. Овакав

¹Тиме се допринос фона статистичкој грешци смањује на занемарљив ниво од око 1%.



Слика 6.9: Примери сигнал расподеле (a) из ј-не (6.27) и фон расподеле (b) из ј-не (6.28), корелисањем наелектрисаних честица унутар интервала мултиплициитета $185 < N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 260$ за бинове $1.5 < p_{\text{T}}^{\text{trig}} < 2.0 \text{ GeV}/c$ и $1 < p_{\text{T}}^{\text{assoc}} < 1.5 \text{ GeV}/c$ за PbPb сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$.

ефекат се исто може ставити у оквир флукуација почетних стања, где се прави директна веза између појављивања структуре "гребена" са присутним триангуларним током [70].

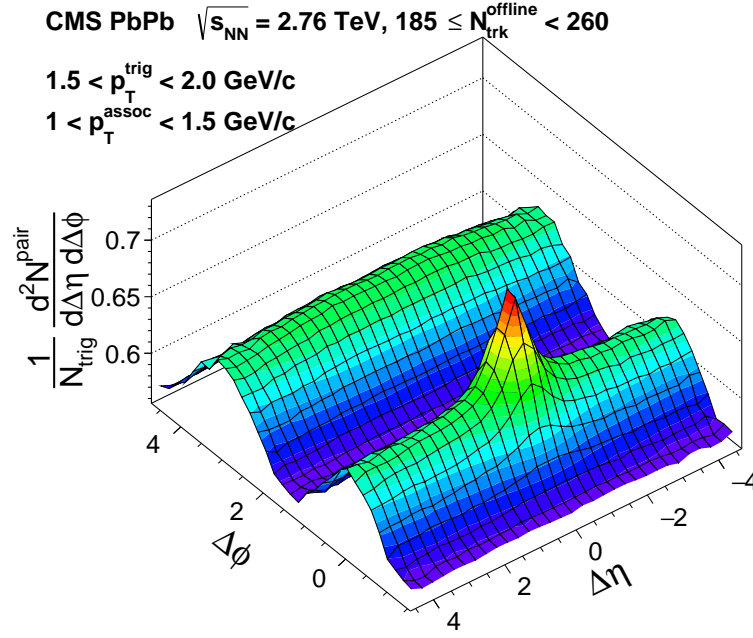
Изоловање тока у корелационој функцији и одбацавање неколективних доприноса (доминантно јет-ова) може се постићи усредњавањем по $\Delta\eta$. Прецизније, ако се корелациона функција на Сл. 6.10 интегрисе по интервалу $|\Delta\eta|$ који изузима делове којима доминирају тврди процеси (области пика $\Delta\eta \leq 2$) сигнал је одређен током. Интегрисање се прави у интервалу $|\Delta\eta| > 2.0$, где је вредност 2.0 одређена наведеним физичким условом при чему детектор мора имати расположиву прекривеност по η . Ефективно, интегрисање по $\Delta\eta$ даје пројекцију корелационе функције по $\Delta\phi$ као на Сл. 6.12. Добијена пројекција може бити фитована Fourier-овим развојем чији коефицијенти су тражени дво-честични хармоници

$$\frac{1}{N_{\text{trig}}} \frac{dN^{\text{pair}}}{d\Delta\phi} = \frac{N_{\text{assoc}}}{2\pi} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} V_{n\Delta}(p_{\text{T}}^a, p_{\text{T}}^b) \cos(n\Delta\phi) \right), \quad (6.30)$$

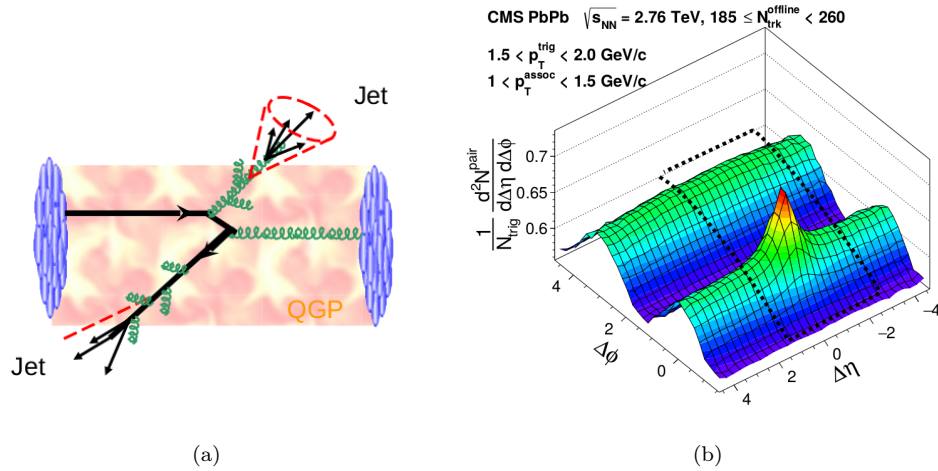
Коришћењем дво-честичних хармоника дефинише се једно-честични диференцијални ток

$$v_n\{2, |\Delta\eta| > 2\}(p_{\text{T}}) = \frac{V_{n\Delta}(p_{\text{T}}, p_{\text{T}}^{\text{ref}})}{\sqrt{V_{n\Delta}(p_{\text{T}}^{\text{ref}}, p_{\text{T}}^{\text{ref}})}}, n = 2, 3, \dots, \quad (6.31)$$

где је $p_{\text{T}}^{\text{ref}}$ референтни бин.



Слика 6.10: Пример корелационе функције (а) из ј-не (6.29), корелисањем наелектрисаних честица унутар интервала мултиплициитета $185 < N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 260$ за бинове $1.5 < p_{\text{T}}^{\text{trig}} < 2.0 \text{ GeV}/c$ и $1 < p_{\text{T}}^{\text{assoc}} < 1.5 \text{ GeV}/c$ за PbPb сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$.

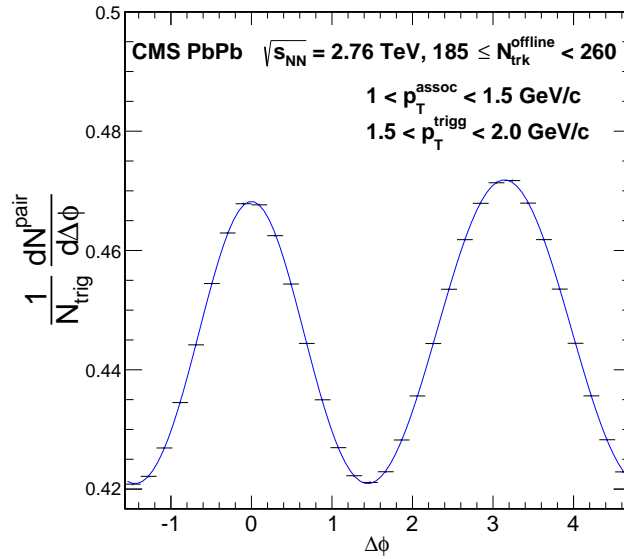


Слика 6.11: Пример проласка јет-а кроз кварк-глуонску плазму (а) и пример корелационе функције (б) са означеним интервалом где доминирају доприноси присутних јет-ова.

6.7.2 Директно рачунање хармоника

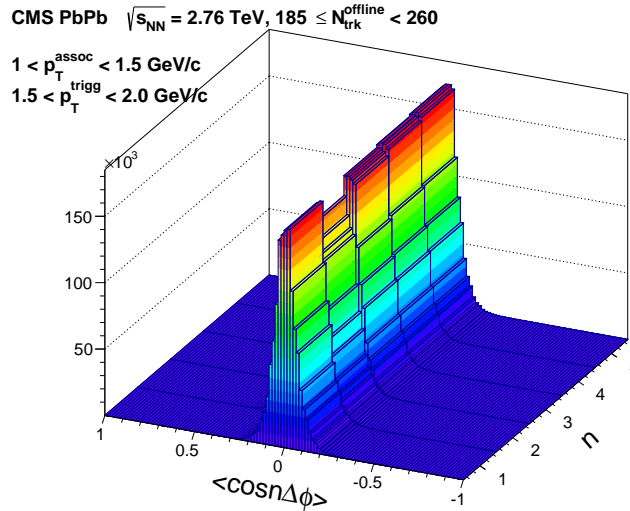
Поред фитовања пројекције корелационе функције дво-честични хармоници могу се рачунати директно на следећи начин

$$V_{n\Delta}(p_{\text{T}}^a, p_{\text{T}}^b) = \langle \langle \cos n\Delta\phi \rangle \rangle_S - \langle \langle \cos n\Delta\phi \rangle \rangle_B, \quad |\Delta\eta| > 2. \quad (6.32)$$



Слика 6.12: Пример 1D-пројекције, на $\Delta\phi$ осу, корелационе функције са Сл. 6.10 користећи услов $|\Delta\eta| > 2$.

Дупле заграде $\langle\langle\rangle\rangle$ означавају усредњавање по броју корелираних парова за дати догађај и усредњавање по укупном броју догађаја. Једначина произилази директно из корелационе функције (6.29), чије извођење је дато у Додатку А.10. Исто као и у корелационој функцији, други члан у једначини $\langle\langle\rangle\rangle_B$ мери нехомогеност акцептансе детектора. Пример расподеле хармоника као функција степена n је дато на Сл. 6.13.



Слика 6.13: Пример расподеле $\langle\cos n\Delta\phi\rangle$ у случају PbPb судара за интервал мултиплицитета $185 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 260$ и бинове $1 < p_T^{\text{assoc}} < 1.5 \text{ GeV}/c$ и $1.5 < p_T^{\text{trigg}} < 2.0 \text{ GeV}/c$.

6.8 Нарушење факторизације

У Одељку 6.5 уведен је ефекат факторизације дво-честичне фазне расподеле, као важна карактеристика тока у оквиру хидродинамичке еволуције кварк-глуонске плазме. Као последица, дво-честични хармоник $V_{n\Delta}$ се факторише у производ једно-честичних токова за дати фазни простор (p_T, η) . Даље, наведено је да доприноси који долазе од тврдых процеса нарушавају ову једнакост уводећи додатни корелисан члан у фазну расподелу дато у ј-ни (6.17). У случају идеалног тока, факторизација је такође могућа због чињенице да се угао равни догађаја Ψ_n третира као глобална величина тј. има исту вредност за све честице унутар датог догађаја. Супротно, свака зависност угла равни догађаја $\Psi_n = \Psi_n(p_T, \eta)$ нарушило би факторизацију, односно

$$\langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle = \langle e^{in\bar{\phi}_1} e^{-in\bar{\phi}_2} e^{in\Delta\Psi} \rangle \neq \langle e^{in\bar{\phi}_1} e^{-in\bar{\phi}_2} \rangle, \quad (6.33)$$

где је $\bar{\phi}_i = \phi_i - \Psi_n^i$. У овом случају, релација између дво-честичног $V_{n\Delta}$ хармоника и једно-честичног тока за дате трансверзалне импулсе p_T^a, p_T^b је дата као

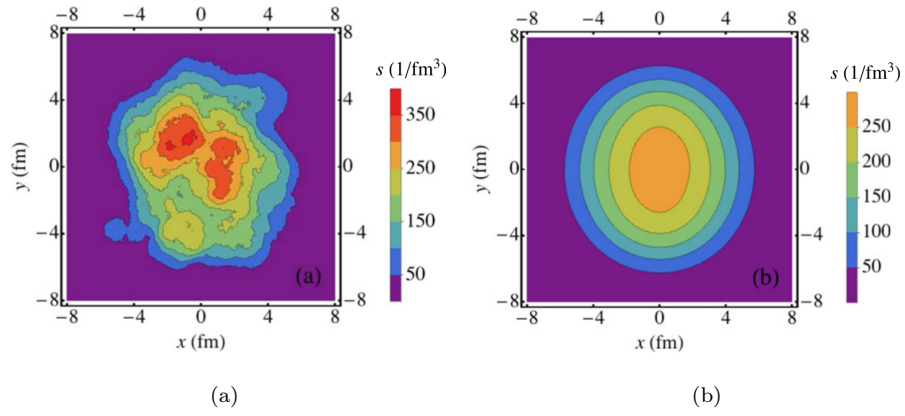
$$V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b) = \langle v_n(p_T^a) v_n(p_T^b) \cos[n(\Psi_n(p_T^a) - \Psi_n(p_T^b))] \rangle \leq \langle v_n(p_T^a) v_n(p_T^b) \rangle. \quad (6.34)$$

Последња једначина јасно показује да само када је угао равни догађаја глобална величина, косинус вредност је јединица и факторизација се одржава. Ипак, услед флуктуација почетних стања (на нивоу нуклеона и самих партона) честице са довољно великим трансверзалним импулсом могу бити корелисане са углом равни догађаја $\Psi_n(p_T)$ који је унеколико различит од глобалног угла Ψ_n [34–36]. Сlike 6.14(a), 6.14(b) показују два сценарија након релативистичког судара тешких језгара. Дуго времена симулације хидродинамичке еволуције кварк-глуонске плазме узимали су идеални сценарио 6.14(b) са симетричном расподелом густине енергије. Ипак, због флуктуација почетних стања реални сценарио је дат на Сл. 6.14(a) са нехомогеном расподелом густине енергије и присутним тзв. врућим тачкама (енг. *hot spots*) које имају највеће вредности густине.

6.8.1 Нарушење факторизације у функцији p_T

Један од могућих начина да се испита нарушење факторизације из ј-не (6.34) у зависности од p_T је дефинисање Pearson-овог корелационог коефицијента у облику

$$r_n(p_T^a, p_T^b) = \frac{V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b)}{\sqrt{V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^a) V_{n\Delta}(p_T^b, p_T^b)}} \approx \langle \cos(\Psi_n(p_T^a) - \Psi_n(p_T^b)) \rangle. \quad (6.35)$$



Слика 6.14: Примери нехомогене (a) и хомогене (симетричне) (b) расподеле густине енергије средине настале у PbPb судару при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV [51].

Наведени количник r_n је по својој дефиницији пропорционалан косинус вредности разлике угла равни догађаја за дате трансверзалне импулсе. Тиме, у случају одсуства зависности угла равни догађаја од p_T количник је једнак јединици. Обрнуто, свака зависности од трансверзалног импулса довешће до тога да је вредност количника r_n мања од један. Слично, ако се искористи комплексни запис за дво-честични хармоник, количник r_n узима следећи облик

$$r_n(p_T^a, p_T^b) = \frac{\langle V_n(p_T^a) V_n^*(p_T^b) \rangle}{\sqrt{|V_n(p_T^a)|^2 |V_n(p_T^b)|^2}}. \quad (6.36)$$

Тиме, Pearson-ов коефицијент по дефиницији представља меру линеарности између две флукутирајуће опсервабле што је у овом случају $(V_n(p_T^a), V_n(p_T^b))$. Дакле, у случају чистог тока количник r_n може узимати само вредности испод јединице $r_n \leq 1$. Са друге стране, у случају неколективних доприноса j -на (6.35) не испуњава услов $r_n = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$ што може довести до вредности количника r_n изнад јединице.

6.8.2 Нарушење факторизације у функцији псевдорapidитета

Ефекат нарушења факторизације може се испитати и за лонгитудинални правац $\Psi_n = \Psi_n(\eta)$. Први покушај за мерење оваквог ефекта је примена исте j -не (6.35) са директном заменом величина $(p_T^a, p_T^b) \rightarrow (\eta^a, \eta^b)$. Ипак, препрека оваквој дефиницији јесте рачунању дијагоналних елемената $V_{n\Delta}(\eta^a, \eta^b)$ где је услов $|\Delta\eta| > 2$ при корелацији честица неиспуњен за већи број (η^a, η^b) парова. Због тога, дата препрека захтева другачији облик количника који ће исто бити функција угла равни догађаја и давати вредност испод јединице у случају зависности од псевдорapidитета. Нова

оперативна дефиниција количника по η је дата као

$$r_n(\eta^a, \eta^b) = \frac{V_{n\Delta}(-\eta^a, \eta^b)}{V_{n\Delta}(\eta^a, \eta^b)}, \quad (6.37)$$

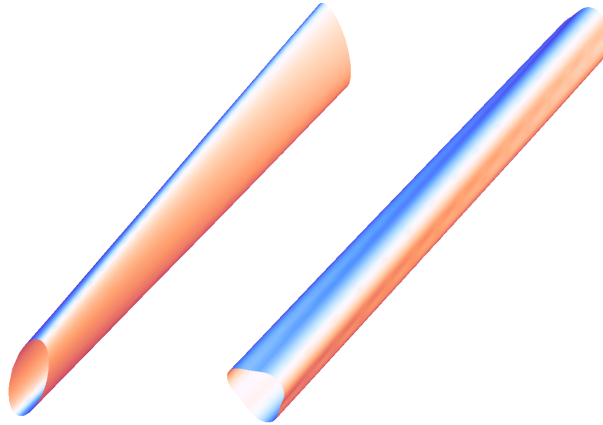
где се хармоник $V_{n\Delta}(\eta^a, \eta^b)$ рачуна исто према j -ни (6.32), са корелисаним паровима честицама из различитих (η^a, η^b) области и за фиксни p_T интервал. Избор оваквог количника постаје јаснији заменом хармоника $V_{n\Delta}$ према j -ни (6.34) тј.

$$r_n(\eta^a, \eta^b) = \frac{\langle v_n(-\eta^a)v_n(\eta^b) \cos[n(\Psi_n(-\eta^a) - \Psi_n(\eta^b))] \rangle}{\langle v_n(\eta^a)v_n(\eta^b) \cos[n(\Psi_n(\eta^a) - \Psi_n(\eta^b))] \rangle}, \quad (6.38)$$

где за симетричне РbРb сударе важи једнакост $v_n(-\eta) = v_n(\eta)$. Користећи дату једнакост, количник из j -не (6.38) може се апроксимирати као

$$r_n(\eta^a, \eta^b) \approx \frac{\langle \cos[n(\Psi_n(-\eta^a) - \Psi_n(\eta^b))] \rangle}{\langle \cos[n(\Psi_n(\eta^a) - \Psi_n(\eta^b))] \rangle}. \quad (6.39)$$

Дакле, према последњој једначини количник $r_n(\eta^a, \eta^b)$ представља меру релативне декорелације угла равни догађаја по псеудорапидитету за равни одвојене по $|\eta^a + \eta^b|$ и $|\eta^a - \eta^b|$. Декорелација по псеудорапидитету $\Psi_n(\eta) \neq \Psi_n(-\eta)$ је резултат флукуација почетних стања за различите псеудорапидитете [44]. Према облику кварк-глуонске плазме по псеудорапидитету, долази до тзв. увртања средине које расте према вишим вредностима η . Дата појава је илустрована на Сл. 6.15.



Слика 6.15: Шематски приказ fireball-а по η -оси са ефектом "увртања" (енг. *torqued*), што изазива декорелацију $\Psi_n(\eta) \neq \Psi_n(-\eta)$ у мерењу.

У случају асиметричних судара pPb, важи неједнакост $v_n(\eta) \neq v_n(-\eta)$ чиме се количник из ј-не (6.37) не може директно користити. Ипак, узимањем производа количника са различитим знаковима као међукорак (чиме се $v_n(\eta)$ вредности скраћују) може се дефинисати величина и за асиметричне сударе као

$$\sqrt{r_n(\eta^a, \eta^b)r_n(-\eta^a, -\eta^b)} \approx \sqrt{\frac{\langle \cos[n(\Psi_n(-\eta^a) - \Psi_n(\eta^b))] \rangle}{\langle \cos[n(\Psi_n(\eta^a) - \Psi_n(\eta^b))] \rangle} \frac{\langle \cos[n(\Psi_n(\eta^a) - \Psi_n(-\eta^b))] \rangle}{\langle \cos[n(\Psi_n(-\eta^a) - \Psi_n(-\eta^b))] \rangle}}, \quad (6.40)$$

где дата величина исто пада испод јединице у случају лонгитудиналне зависности угла равни догађаја.

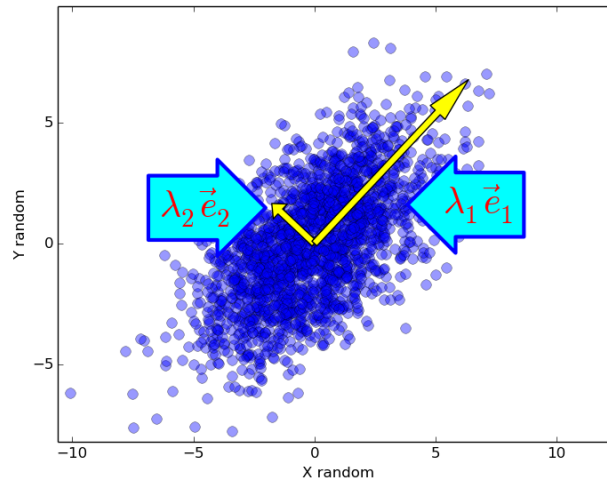
Подтокови и флуктуације почетних стања

У претходном поглављу формализован је ефекат нарушења факторизације, чије се присуство може разумети у чистој хидродинамичкој слици без укључења неколективних доприноса. Услов за нарушење факторизације, је зависност угла равни догађаја по трансверзалном импулсу или по псевдорapidитету, изазвана флуктуацијама почетних стања. Цео ефекат се може квантификовати путем методе дво-честичних корелација, што чини први део резултата дате тезе. Други део тезе третира ефекат нарушења факторизације путем методе која користи дво-честичне корелације и анализу главних компоненти [76–78]. Дати метод може да издвоји нову опсерваблу тзв. подток (ток другог реда), чија ненулта вредност је директно везана за нарушење факторизације. Подток је последица флуктуације почетних стања, чија интерпретација ће бити разматрана у даљем тексту. Овакав метод може се применити и на флуктуације мултиплицитета, дајући исто нову опсерваблу вишег реда која припада спектру трагова коначних честица.

7.1 Анализа главних компоненти

Анализа главних компоненти PCA (енг. *principal component analysis*) је статистички метод који класификује флукутирајуће податке. Метод PCA класификује податке тиме што смањује број варијабли (број димензија), притом покривајући највећи део почетне варијансе података.

Зарад илустрације може се разматрати једноставни 2D случај са произвољно генерисаним величинама $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ које дају елипсу на Сл. 7.1. Користећи дате вредности може се дефинисати одговарајућа коваријантна



Слика 7.1: Фитовање 2D елипсе путем главних компоненти. Дате компоненте покривају највећу варијансу флукутирајућих података.

матрица

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \text{var}(X) & \text{cov}(X, Y) \\ \text{cov}(X, Y) & \text{var}(Y) \end{pmatrix}, \quad (7.1)$$

где су $\text{var}(X)$ и $\text{cov}(X, Y)$ варијанса и коваријанса датих података респективно. Следећи корак је решавање својственог проблема дате матрице $\hat{\Sigma}\vec{e} = \lambda\vec{e}$, где је \vec{e} нормирани својствени вектор ($\vec{e}\cdot\vec{e} = 1$) и λ својствена вредност за дати вектор. Формално, добијени својствени вектори представљају тзв. главне компоненте. Решавањем својственог проблема дијагонализује се матрица, чиме су дијагонални елементи матрице варијансе флукутирајућих варијабли али у новим координатама $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$. Геометријски, враћајући се на Сл. 7.1, правци својствених вектора покривају највећу варијансу дате елипсе података. Тиме, посматрајући општи n -димензиони облак података, метод РСА се може представити као фитовање датог облака путем главних компоненти. Ефективно, само мањи број компоненти је довољан да се покрије укупна почетна варијанса, чиме се на ефикасан начин може класификовати и описати структура података. У контексту тока, главне компоненте имају јасну физички интерпретацију описано у следећим одељцима.

7.2 Дво-честичне корелације и РСА

Коришћење методе РСА са дво-честичним корелацијама даје могућност да се искористи сва информација садржана у дво-честичним хармоницима $V_{n\Delta}$. Ефективно,

за примену методе РСА гради се коваријантна матрица од дво-честичних хармоника, при чему се рачунање хармоника разликује од дефиниције у ј-ни (6.32). У даљем тексту дат је детаљан опис коришћене методологије. Усредњавањем ј-не (6.30) по свим догађајима од интереса, унутар датог референтног бина p_T^{ref} и са претпостављеном факторизацијом, добија се

$$\left\langle \frac{dN^{\text{pairs}}}{d\Delta\phi} \right\rangle = \frac{\langle N^{\text{pairs}} \rangle}{2\pi} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} v_n^2 \{2\} \cos(n\Delta\phi) \right), \quad (7.2)$$

где је $v_n \{2\}$ интегрални ток који је функција $V_{n\Delta}$

$$v_n \{2\} = \frac{\sqrt{V_{n\Delta}(p_T^{\text{ref}}, p_T^{\text{ref}})}}{\sqrt{V_{0\Delta}(p_T^{\text{ref}}, p_T^{\text{ref}})}}, \quad (7.3)$$

са,

$$V_{n\Delta}(p_T^{\text{ref}}, p_T^{\text{ref}}) \equiv \left\langle \sum_{i \in \text{ref}} \cos(n\Delta\phi_i) \right\rangle. \quad (7.4)$$

Зарад општости, уместо N^{pairs} може се користити ознака $V_{0\Delta}$, пошто сума по косинусу даје број парова за $n = 0$ случај. Рачунајући диференцијални ток добија се

$$v_n(p_T) \{2\} v_n \{2\} = \frac{V_{n\Delta}(p_T, p_T^{\text{ref}})}{V_{0\Delta}(p_T, p_T^{\text{ref}})}, \quad (7.5)$$

односно,

$$v_n(p_T) = \frac{V_{n\Delta}(p_T, p_T^{\text{ref}})}{\sqrt{V_{n\Delta}(p_T^{\text{ref}}, p_T^{\text{ref}})}} \frac{\sqrt{V_{0\Delta}(p_T^{\text{ref}}, p_T^{\text{ref}})}}{V_{0\Delta}(p_T, p_T^{\text{ref}})}. \quad (7.6)$$

Диференцијални ток у ј-ни (7.6) укључује и $V_{0\Delta}$ чланове услед усредњавања косинус вредност само по броју догађаја као у ј-ни (7.4). Овакво усредњавање је неопходно за примену методе РСА, дајући тежину бину која је пропорционална броју честица унутар датог бина [76]. Коначно, дво-честични хармоник коришћен за прављење коваријантне матрице узима следећи функционални облик

$$V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b) = \langle \cos(n\Delta\phi) \rangle_S - \langle \cos(n\Delta\phi) \rangle_B, \quad n = 1, 2, 3..; \quad (7.7)$$

Као и у случају дефиниције хармоника из ј-не (6.32) поред дво-честичног сигнала $\langle \cos(n\Delta\phi) \rangle_S$ неопходно је урачунати и позадински члан $\langle \cos(n\Delta\phi) \rangle_B$ који се односи на неравномерну апсорбцију детектора по читавој геометрији.

7.2.1 Нарушење факторизације и подток

У контексту флукуације тока, главне компоненте треба да открију било које подструктуре у подацима које су условљене флукуацијама почетних стања у сударима тешких језгара. За примену компоненти у оквиру самог ефекта нарушења факторизације може се анализирати Pearson-ов коефицијент у комплексном облику дефинисан у ј-ни (6.36). У Одељку 6.3 већ је наведено да су хармоници тока линеарна функција ексцентрицитета, величина која описује област преклапања језгра у судару (до трећег хармоника $n \leq 3$). У апроксимацији, зарад илустрације, дати комплексни хармоник се тиме може дефинисати као производ фиксне функције трансверзалног импулса и ексцентрицитета тј. $V_n(p_T) = f(p_T) \cdot \varepsilon_n$. Директном заменом оваквог комплексног хармоника у ј-ни (6.36) добија се $r_n = 1$, односно, одржава се факторизација. Другим речима, ако је ток одређен само једном почетном геометријом (тј. једним ексцентрицитетом ε_n) одржава се факторизација. Супротно, ако је ток генерисан са више почетних геометрија (тј. $V_n(p_T)$ је сума више чланова са различитим ексцентрицитетима) може доћи до нарушења факторизације [77]. Последња тврдња може се лако проверити истом заменом хармоника $V_n(p_T)$ у ј-ни (6.36) али са више чланова. Овакав сценарио са вишеструким почетним геометријама се може генерализовати квантификовањем комплексног тока $V_n(p_T)$ управо путем главних компоненти ($V_n^{(1)}(p_T), V_n^{(2)}(p_T), \dots$) добијене од дво-честичне коваријантне матрице величине $N_\alpha \times N_\alpha$

$$V_n(p_T) = \xi_n^{(1)} V_n^{(1)}(p_T) + \xi_n^{(2)} V_n^{(2)}(p_T) + \dots + \xi_n^{(N_\alpha)} V_n^{(N_\alpha)}(p_T), \quad (7.8)$$

где су $\xi_n^{(i)}$ комплексне некорелисане варијабле усредњене на нулу тј., $\langle \xi_n^{(i)} \xi_n^{(j)} \rangle = \delta_{ij}$, $\langle \xi_n^{(i)} \rangle = 0$ и N_α број диференцијалних p_T бинова. Дакле, дво-честични хармоници су градивни елементи коришћене коваријантне матрице $[\hat{V}_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b)]_{N_\alpha \times N_\alpha}$. Коваријантна матрица је симетрична и позитивно семи-коначна (тј. са својственим вредностима $\lambda \geq 0$). У случају коришћене матрице тока, последња одлика важи ако нема неколективних доприноса и одсуство јаким статистичких флукуација [76]. Даље, користећи развој у ј-ни (7.8) за дати пар p_T бинова дво-честични хармоник може се записати као

$$V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b) = \sum_{\alpha=1}^{N_\alpha} V_n^{(\alpha)}(p_T^a) V_n^{(\alpha)}(p_T^b). \quad (7.9)$$

У даљем тексту уместо главних компоненти користиће се термин модови [76–78]. Да би се израчунали модови, спектрална декомпозиција из ј-не (7.9) се може записати као:

$$V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b) = \sum_{\alpha} \lambda^{(\alpha)} e^{(\alpha)}(p_T^a) e^{(\alpha)}(p_T^b), \quad (7.10)$$

што даје:

$$V_n^{(\alpha)}(p_T) = \sqrt{\lambda^{(\alpha)}} e^{(\alpha)}(p_T), \quad (7.11)$$

са $e^{(\alpha)}(p_T)$ као вредност (α) индекса нормализованог својственог вектора и $\lambda^{(\alpha)}$ одговарајуће својствене вредности које су сортиране по опадајућем низу $\lambda^{(1)} > \lambda^{(2)} > \dots > \lambda^{(n)}$. Једначина (7.9) заправо показује да је факторизација одржана само у случају ако је један мод присутан. Ако су више модова присутна из j -на (7.10) и (7.11) следи ортогонална база која дефинише тотални коефицијент тока v_n из j -не (7.6). Вектори ове базе су дефинисани као:

$$v_n^{(\alpha)}(p_T) \equiv \frac{V_n^{(\alpha)}(p_T)}{V_0^{(1)}(p_T)}. \quad (7.12)$$

Нормализациони фактор $V_0^{(1)}$ је први мод који би следио из j -не (7.11) користећи матрицу броја парова тј. матрицу са елементима $V_{0\Delta}$. У пракси, мод $V_0^{(1)}$ има једноставно физичко значење као средња вредност диференцијалног мултиплицитета $\langle M(p_T) \rangle$. Ипак, услед псевдорapidитет услова при корелисању, мод $V_0^{(1)}$ је пропорционалан са $\langle \sqrt{N_{|\Delta\eta|>2}^{\text{pairs}}}(p_T, p_T) \rangle$. У циљу повратка нормализације са средњим мултиплицитетом $\langle M(p_T) \rangle$ мора се направити међукорак множењем дво-честичног хармоника $V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b)$ са:

$$\zeta = \left\langle \frac{V_0^{|\eta|<2.4}(p_T^a, p_T^b)}{V_0^{|\Delta\eta|>2}(p_T^a, p_T^b)} \right\rangle, \quad (7.13)$$

где је ζ средња вредност односа броја свих парова и броја парова након примене $|\Delta\eta| > 2$ селекције за дати пар бинова. Ако η расподела честица не би зависила од p_T онда би величина $\zeta(p_T^a, p_T^b)$ била константа за све вредности p_T^a и p_T^b . У реалном случају, ζ има благу зависност од p_T^a и p_T^b са максимумом за ниже вредности p_T^a и p_T^b . Како се централност судара повећава, глобални минимум величине ζ се помера према вишим p_T биновима. Коначно, применом ове корекције својствен проблем се решава са матрицом саграђена од следећих хармоника

$$\tilde{V}_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b) \equiv \zeta V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b). \quad (7.14)$$

Једначина (7.12) онда постаје:

$$v_n^{(\alpha)}(p_T) = \frac{\tilde{V}_n^{(\alpha)}(p_T)}{\langle M(p_T) \rangle}. \quad (7.15)$$

Први нормализовани мод $v_n^{(1)}$ и други нормализовани мод $v_n^{(2)}$ могу се посматрати као нове експерименталне опсервабле. У оквиру просторне анизотропије, означаваће се као водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$). Пошто својствене вредности граде

јачко опадајући низ, обично прве две компоненте описују варијансу дво-честичног хармоника веома прецизно. Водећи ток је јачко корелисан са углом равни догађаја, и тиме је практично еквивалентан стандардној дефиницији једно-честичног тока. Подток је некорелисан са углом равни догађаја и тиме квантификује интензитет ефекта нарушења факторизације изазвано флуктуацијама почетних стања.

7.2.2 Флуктуације мултиплицитета

Метод РСА се исто може применити на проучавање флуктуација мултиплицитета у сударима тешких јона. Матрица која се користи за рачунање одговарајућих модова се гради од следећих елемената:

$$[\hat{M}(p_T^a, p_T^b)]_{N_\alpha \times N_\alpha} = \langle V_{0\Delta}(p_T^a, p_T^b) \rangle - \langle M(p_T^a) \rangle \langle M(p_T^b) \rangle, \quad (7.16)$$

где је члан $V_{0\Delta}(p_T^a, p_T^b)$ број парова за дате бинове и $M(p_T)$ мултиплицитет по бину. За разлику од $n = 2, 3$ случајева, овде се не примењује услов $|\Delta\eta| > 2$ при корелацији честица. Користећи овакву матрицу, применом j -не (7.11) рачунају се модови и затим водећи и подводећи модови са j -ном (7.15) (без међукорака из j -не (7.14)). Овде, први мод представља "тоталну флуктуацију мултиплицитета" тј., у случаја нултих виших модова, вредност $v_0^{(1)}$ би приближно одговарала стандардној девијацији мултиплицитета за дати p_T бин. Реконструисани други мод представља нову експерименталну опсерваблу у спектру мултиплицитета.

7.3 Систематика

Зарад процене систематских грешака више извора је изучавано, у шта се убраја промена начина селектовања догађаја, мењање димензије коваријантне матрице и примена корекције на ефикасност детектовања трагова. Од наведених извора, корекција на ефикасност детектовања трагова показало је највећи утицај на резултате. За све случајеве $n = 0, 2, 3$, систематске грешке су процењене као пуна разлика између резултата са и без корекције на ефикасност детектовања трагова. Сваки реконструисани траг је отежњен са инверзном вредношћу фактора ефикасности $\varepsilon_{\text{trk}}(p_T, \eta)$, који је функција трансверзалног импулса и псевдорapidитета. Дати фактор ефикасности урачунава корекцију на акцептансу детектора $A(p_T, \eta)$ и корекцију на ефикасност реконструкције трагова $E(p_T, \eta)$ ($\varepsilon_{\text{trk}}(p_T, \eta) = A \cdot E$).

Из j -на (7.11) и (7.15) се може видети да су модови функције својствених вредности и вектора, тј., λ и e за дату коваријантну матрицу, и диференцијалног мултиплицитета догађаја за дати бин $M(p_T)$. Када се примени фактор ефикасности на сваки

селектовани траг, добија се потпуно другачија коваријантна матрица са различитим (увећаним) диференцијалним мултиплицитетом по бину. Користећи нове коректоване вредности, рачунате су одговарајући модови. На овај начин, спроводи се мерење колико су модови осетљиви на јаке промене скупа вредности (λ, e, M). Табела 7.1 даје преглед систематских грешака за све случајеве $n = 0, 2, 3$ за последњи p_T бин $2.5 < p_T < 3.0 \text{ GeV}/c$ за PbPb и pPb податке.

ТАБЕЛА 7.1: Преглед процењених систематских грешака релативно (%) у односу на дати мод за последњи p_T бин $2.5 < p_T < 3.0 \text{ GeV}/c$ за PbPb и pPb податке.

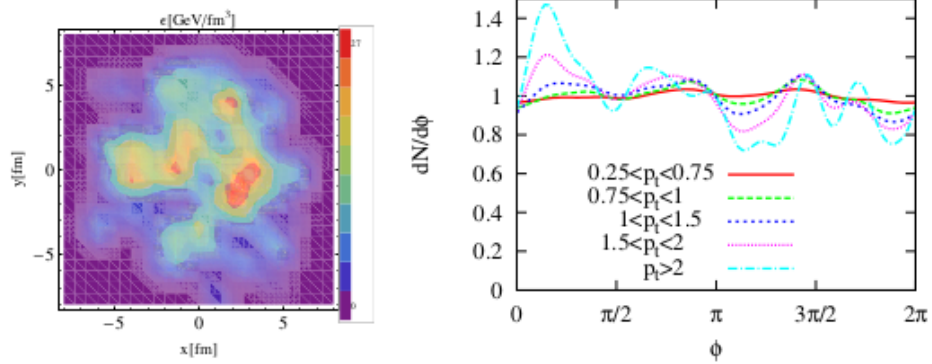
PbPb	$n = 2$		$n = 3$		$n = 0$	
Centrality (%)	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
0 – 0.2	1%	30%	1%	40%	40%	10%
0 – 5	1%	50%	1%	40%	15%	10%
0 – 10	1%	30%	1%	40%	10%	30%
10 – 20	1%	10%	1%	40%	10%	20%
20 – 30	1%	10%	1%	20%	10%	15%
30 – 40	1%	10%	1%	35%	10%	10%
40 – 50	1%	10%	1%	25%	10%	10%
50 – 60	1%	7%	1%	30%	10%	30%
pPb	$n = 2$		$n = 3$			
$N_{\text{trk}}^{\text{offline}}$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$		
[220, 260)	1%	1.5%	1%	20%		
[185, 220)	1%	2.0%	1%	20%		
[150, 185)	1%	2.0%	1%	20%		
[120, 150)	1%	2.0%	1%	20%		

Систематске грешке су процењене и заокружене најближим целим бројем. За први мод, систематске грешке су јаче само за $n = 0$ случај док за други мод систематске грешке су видљиве за сва три случаја $n = 0, 2, 3$. За ниже p_T вредности, за случај $n = 0$, систематске грешке су јако корелисане.

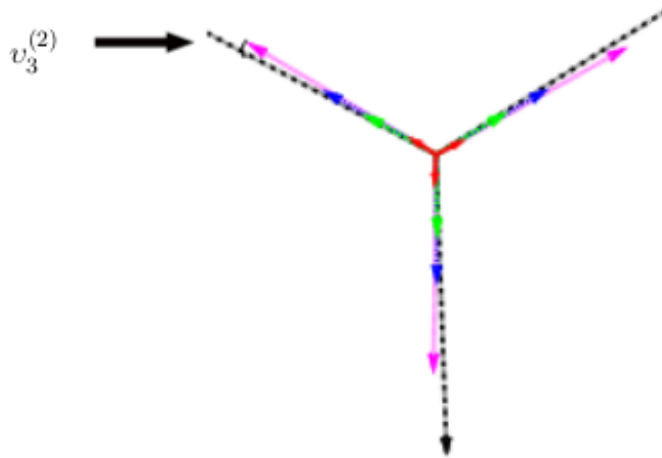
7.3.1 Интерпретација подтока

Као што ће бити приказано у резултатима, интензитет подтока је знатно мањи од водећег тока и постаје значајнији само при већим p_T . У оквиру релативистичке хидродинамике ово понашање је очекивано. Услед флукуација почетних стања угао равни догађаја, за дати хармоник тока, на вишим p_T може одступати од вредности угла равни догађаја на нижим p_T . За илустрацију ове тврдње могу се узети резултати хидродинамичке еволуције за потпуно централни судар два језгра, као што је показано на Сл. 7.2. Лева слика показује почетну густину енергије средине, у трансверзалној равни, за потпуно централни AuAu судар ($b = 0$) при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$ генерисано Nexus моделом [92]. Десна слика показује азимуталну расподелу доприноса честица за различите p_T бинове у коначном

спектру честица добијене из дате хидродинамичке еволуције. Азимутални допринос честица је квантификован j -ном (6.4), са Fourier-овим коефицијентом v_n и углом равни догађаја Ψ_n као функције p_T и η . Пресликавањем азимуталне расподеле са



Слика 7.2: Лево: почетна густина енергије средине, у трансверзалној равни, за потпуно централни AuAu судар ($b = 0$) при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$ TeV генерисано Nexus моделом [92]. Десно: Азимутална расподела доприноса честица за различите p_T бинове, користећи почетну гуштину енергије у хидродинамичкој еволуцији.



Слика 7.3: Стреле представљају интензитет и правац триангуларног Fourier хармоника у зависности од p_T вредности (означено различитим бојама). Интензитет је одређен током v_3 а правац углом равни догађаја Ψ_3 . За највеће p_T види се одступање, које је квантификовано са одговарајућим подтоком $v_3^{(2)}$.

Сл. 7.2 у Сл. 7.3, где је векторима приказан интензитет и правац триангуларног тока у зависности од p_T (случај $n = 3$ је узет зарад лакше илустрације), може се описати физички смисао подтока. Свака стрела је дефинисана за дату p_T вредност,

где је интензитет одређен самом вредношћу тока v_3 а правац углом равни догађаја Ψ_3 . За највеће p_T види се одступање, које је квантификовано са одговарајућим интензитетом подтока $v_3^{(2)}$ (токови виших редова $\alpha > 2$ су обично занемарљиви).

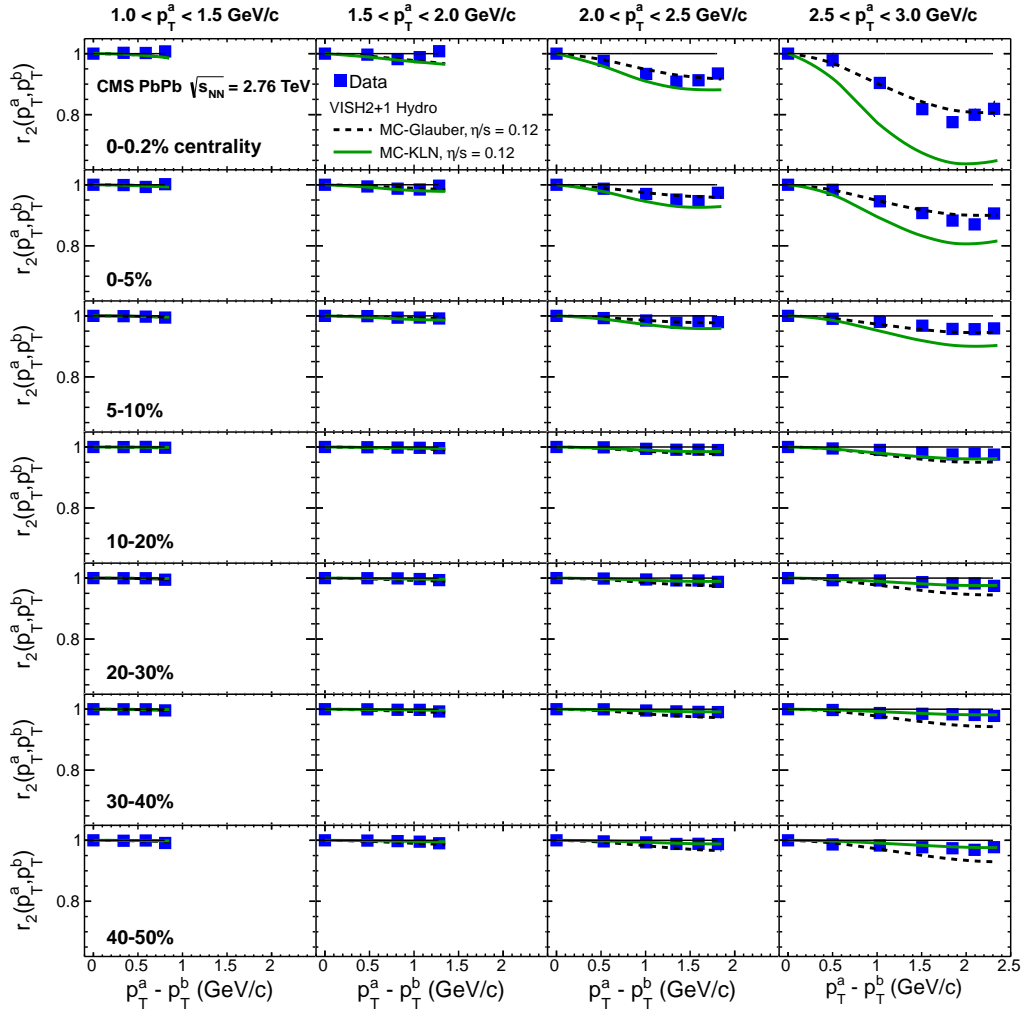
Резултати са CMS подацима

8.1 Нарушење факторизације по p_T

8.1.1 Резултати анализе у сударима PbPb

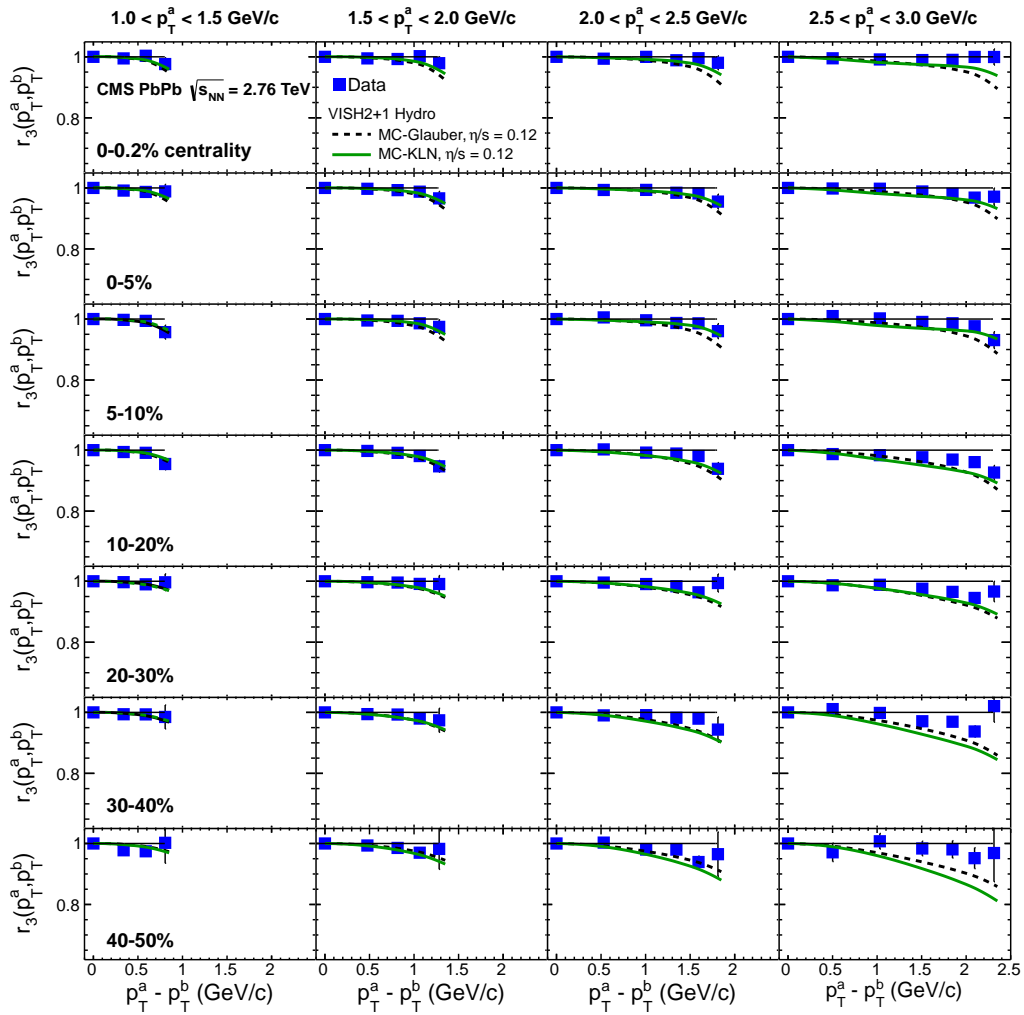
За испитивање нарушења факторизације користи се описани Pearson-ов корелациони коефицијент (количник) r_n дефинисан у ј-ни (6.35). Количник r_n је дат у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ у односу на различите p_T^a бинове. На Сл. 8.1 приказане су вредности за r_2 у случају PbPb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV за четири различита p_T^a бина. Мерења покривају седам бинова централности, укључујући 0-0.2%, 0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40% и 40-50%. Резултати показују да се ефекат повећава (вредност r_2 постаје мања од један) како се повећава вредност $p_T^a - p_T^b$ и p_T^a , са достизањем максималног ефекта од око 20% за последњи бин $2.5 < p_T^a < 3.0$ GeV/c у случају ултра-централних судара. Задржавајући се на највишем p_T^a бину, како се смањује централност судара уочава се драматичан пад ефекта на вредност око 2-3% за полу-централне сударе. На Сл. 8.1 поред експерименталних резултата представљена су и предвиђања хидродинамичког модела [35] за почетне услове Glauber и KLN (разматрано у Одељцима 3.3.2 и 3.3.3). Теоријско моделирање је спроведено за вредности вискозности по густини ентропије $\eta/s = 0.12$, чија вредност одражава благо одступање од идеалне течности. Упоредивањем резултата може се закључити да релативистичка хидродинамика квантитативно даје добро слагање са експерименталним подацима. Пре свега, као и у експерименту, хидродинамичка предвиђања такође дају највећи ефекат за ултра-централне сударе са драматичним падом померајући се према перифернијим сударима. У грубом, резултати са Glauber иницијалним условима су ближи експерименталним вредностима за централније судара, а KLN у случају периферних.

На Сл. 8.2 приказане су вредности за r_3 . За количник r_3 види се да се факторизација добро одржава и да само највеће разлике бинова $p_T^a - p_T^b$ дају благе вредности испод јединице тј. незнатно нарушење факторизације. Као и у случају $n = 2$, приказана су предвиђања хидродинамичке симулације која такође указују на знатно боље очување факторизације осим за највеће вредности разлике $p_T^a - p_T^b$.

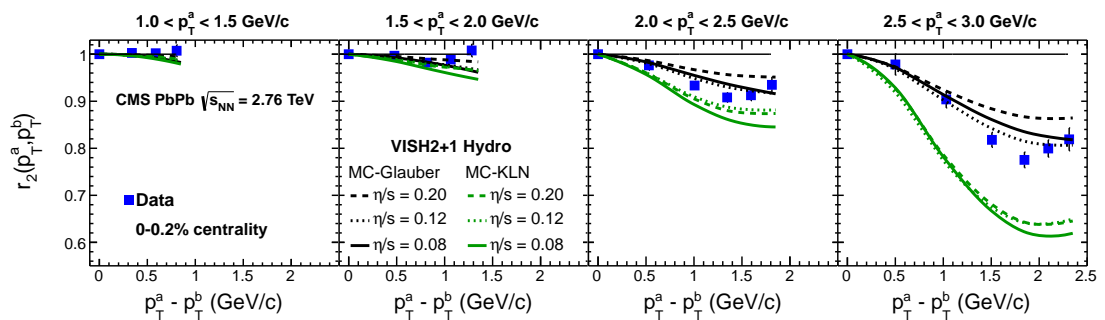


Слика 8.1: Количник r_2 у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за четири различита p_T^a бина и различите централности у случају PbPb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Линијама су представљени резултати хидродинамичког модела [35], за Glauber и KLN почетне услове рачунати за вредност $\eta/s = 0.12$.

Детаљно поређење r_2 резултата за централност 0-0.2%, где је ефекат најизраженији, са хидродинамичким предвиђањем [35] за Glauber и KLN почетне услове и различите вредности η/s је приказано на Сл. 8.3. За свако почетно стање три вредности $\eta/s = 0.08, 0.12, 0.20$ су тестиране. За оба случаја, Glauber и KLN, вредности r_2 су великим делом независне од вредности коефицијента η/s . Разлог овоме је дефиниција количника $r_n(p_T^a, p_T^b)$, где се зависност хармоника од η/s поништава у дељењу. Оваквим поређењем се показује да r_n резултати могу дати додатну информацију у



Слика 8.2: Количник r_3 у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за четири различита p_T^a бина и различите централности у случају PbPb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Линијама су представљени резултати хидродинамичког модела [35], за Glauber и KLN почетне услове рачунати за вредност $\eta/s = 0.12$.

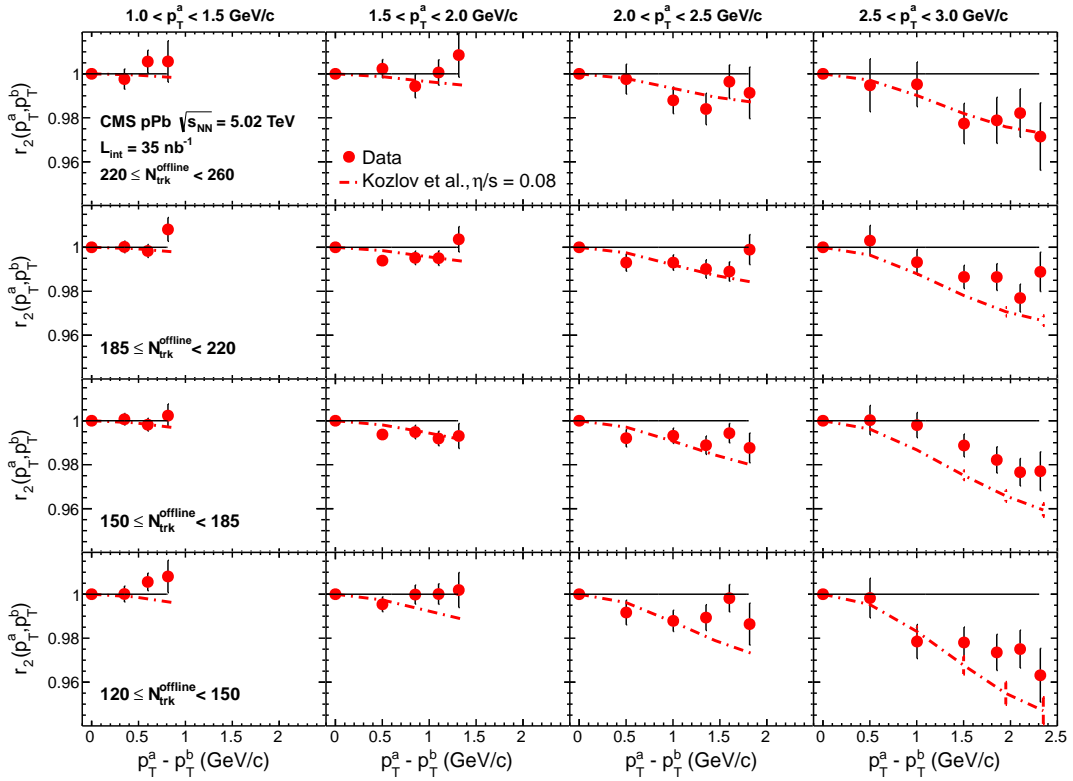


Слика 8.3: Поређење r_2 резултата са хидродинамичким предвиђањем [35] за Glauber и KLN почетне услове и различите вредности η/s у случају ултра-централних судара 0-0.2%.

моделирању почетних услова у хидродинамичким симулацијама, које су највећим делом независне од вредности η/s .

8.1.2 Резултати анализе у сударима pPb

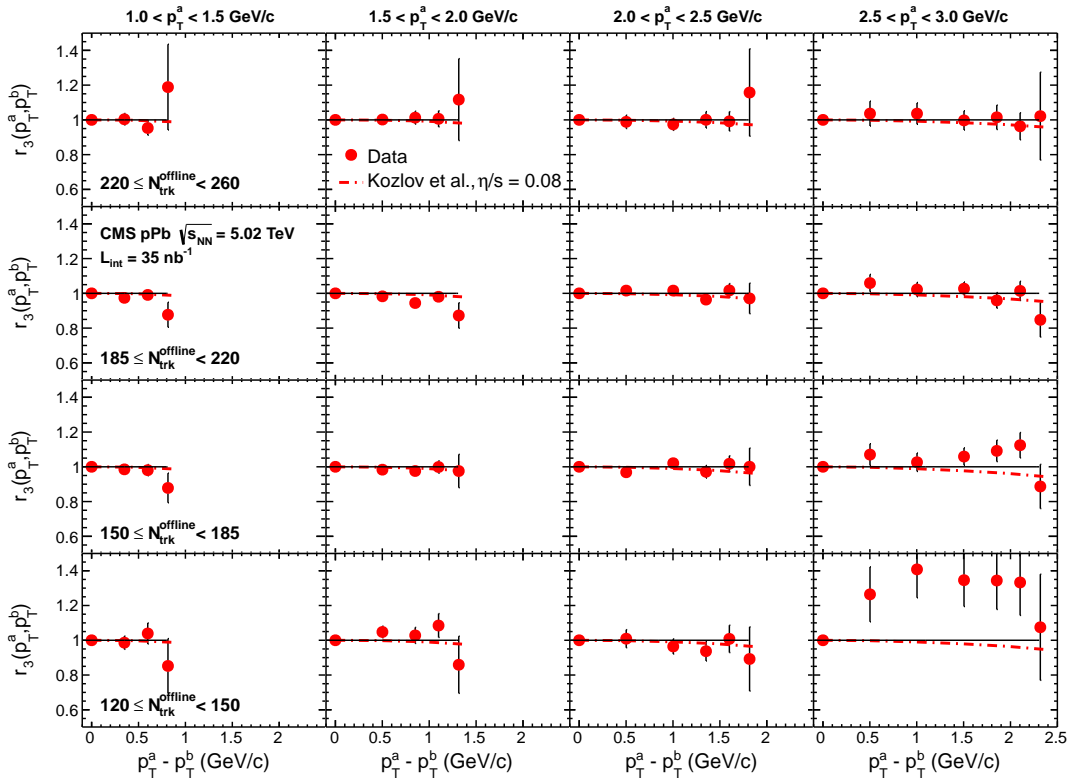
Нарушење факторизације је мерено и у случају pPb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. Мотивација за разматрање овог несиметричног система је појављивање структуре "гребена" у дво-честичним корелационим функцијама за сударе високог мултиплицитета, која би могла да буде последица хидродинамичког кретања система са флукутирајућим почетним стањима [37, 38]. За разлику од олово-олово судара где се централност дефинише преко параметра судара, у случају pPb централност се успешније дефинише преко мултиплицитета.



Слика 8.4: Количник r_2 у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за четири различита p_T^a бина и четири интервала мултиплицитета у случају pPb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. Линијом су представљени резултати хидродинамичког модела 'Kozlov et al.' рачунати за $\eta/s = 0.08$ [36].

На Сл. 8.4 приказане су вредности r_2 за протон-олово сударе, опет као функција разлике $p_T^a - p_T^b$ у односу на четири p_T^a бина. Анализа је урађена за четири интервала високих мултиплицитета $220 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 260$, $185 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 220$, $150 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 185$ и $120 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 150$, за разматрање вредности количника r_2 . Посматрајући вредности r_2 уочава се исти тренд као и код олово-олово судара али не и исти интензитет ефекта. Факторизација се одржава при најнижим p_T^a биновима, а виде се благи пад вредности испод јединице са повећањем p_T^a . Максимални ефекат нарушене факторизације је око 3-5% за највећи бин $2.5 < p_T^a < 3.0$ GeV/c, при чему

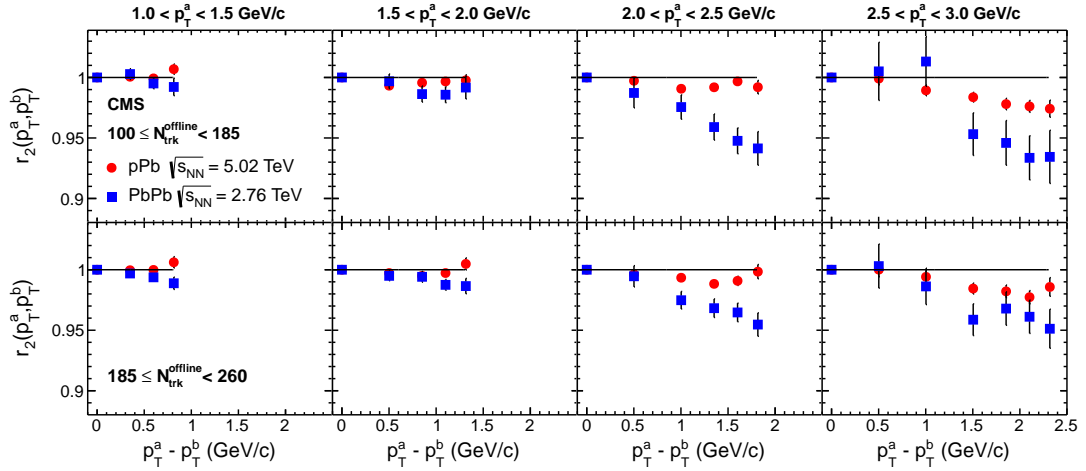
се закључује да је ефекат практично независан од мултиплицитета. Поред експерименталних вредности, на Сл. 8.4, су црвеним линијама приказана и предвиђања релативистичког хидродинамичког модела [36]. Упоредивањем ових предвиђења са експерименталним подацима закључује се да хидродинамика даје добар квантитативни опис и за мале системе формиране у рРb сударима. На Сл. 8.5 приказане су вредности за количник r_3 . Резултати показују да се факторизација добро одржава за триангуларни случај, са благим падом испод јединице за максималну разлику $p_T^a - p_T^b$. Важно запажање су вредности изнад јединице за два анализирана интервала са најмањим мултиплицитетима $150 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 185$ и $120 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 150$, што указује на присуство неколективних доприноса. Исто као за r_2 , црвеним линијама су приказана хидродинамичка предвиђања која опет показују добар квантитативни и у приличној мери квалитативни опис овог ефекта.



Слика 8.5: Количник r_3 у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за четири различита p_T^a бина и четири интервала мултиплицитета у случају рРb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02$ TeV. Линијом су представљени резултати хидродинамичког модела 'Kozlov et al.' рачунати за $\eta/s = 0.08$ [36].

8.1.3 Поређење рРb и РbРb података

Слика 8.6 упоређује 5.02 TeV рРb податке са периферним 2.76 TeV РbРb подацима за два иста $N_{\text{trk}}^{\text{offline}}$ интервала. Услед ограничене статистике за РbРb податке коришћени су спојени интервали са слика 8.4 и 8.5 тј. $100 \leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 185$ и 185



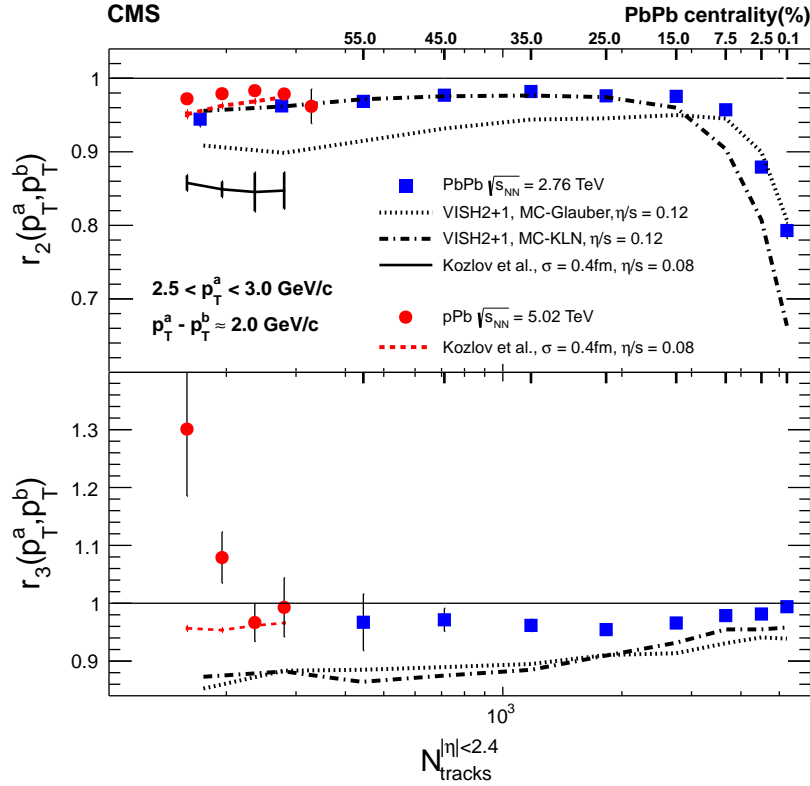
Слика 8.6: Количник r_2 у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за четири различита p_T^a бина и два $N_{\text{trk}}^{\text{offline}}$ интервала за pPb и PbPb сударе.

$\leq N_{\text{trk}}^{\text{offline}} < 260$. Тренд нарушења факторизације је исти у оба система са највећим интензитетом ефекта испод 8% за највећу разлику $p_T^a - p_T^b$, са делимично мањим вредностима за pPb податке (не укључујући статистичку резолуцију PbPb података). Сличан тренд зависности од p_T иде у прилог хидродинамичкој слици и у мањем по величини протон-олово систему, што може упутити на сличну природу флукуација почетних стања између два система.

8.1.4 Факторизација у функцији мултиплицитета

На Сл. 8.7 приказане су интегралне вредности количника r_2 и r_3 у зависности од мултиплицитета (централности) за оба разматрана система. График је урађен са двоструком осом, по мултиплицитету и централности, чиме се уопштава и показује сличност између периферних олово-олово судара и протон-олово судара високих мултиплицитета. Посматрајући r_2 за олово-олово случај, види се драматичан пад r_2 вредности приближавајући се веома централним сударима, одсликавајући јако нарушење факторизације. Посматрано у другом смеру (с десно на лево) већ на семи-периферним централностима вредност r_2 се приближава јединици, највише у области централности 20-40% где је елиптички ток највећи, са благим повећањем ефекта крећући се даље ка најперифернијим сударима. Даље, линије на датој слици су предвиђања коришћеног хидродинамичког модела [35] који даје за централније сударе бољи опис са Glauber почетним условима, док за периферније, KLN почетни услови дају боље преклапање вредности количника r_2 . За протон-олово податке види се слаб ефекат нарушења факторизације за други хармоник $n = 2$, по интензитету веома близак са ефектом у периферним сударима у олово-олово. Резултати

за количник r_3 показују доста слабији ефекат нарушења факторизације без јаке зависности од централности. Положај две последње тачке, које одговарају најнижим анализираним мултиплицитетима, изнад јединице указују на постојање неколективних доприноса који нису могли да буду уклоњени примењеном методологијом.



Слика 8.7: Количник r_2 и r_3 у функцији мултиплицитета за pPb и PbPb у поређењу са предвиђањима хидродинамичких модела [35, 36]. Горња оса централности се односи само на PbPb сударе.

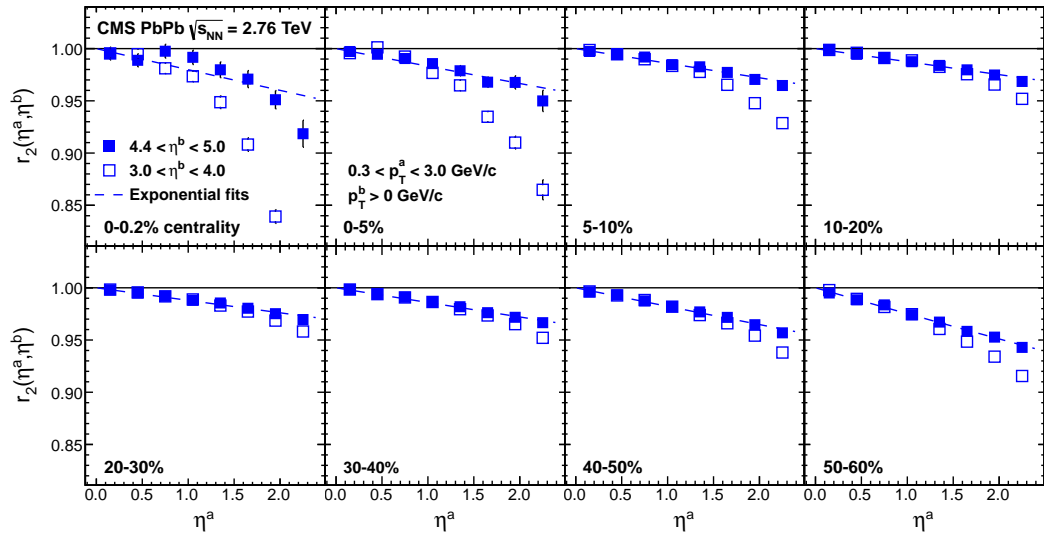
8.2 Нарушење факторизације по η

8.2.1 Анализа PbPb података

Слике 8.8, 8.9 и 8.10 показују η количнике r_2 , r_3 и r_4 дефинисане ј-ном (6.37), респективно, за PbPb податке при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV за осам класа централности ¹. Вредности количника су дате у функцији η^a , рачунате унутар ширине од 0.3, позиционирањем вредности количника у центар датог бина. Дво-честичне корелације се формирају упаривањем трагова из η^a интервала и трагова из интервала калориметарских кула $3.0 < \eta^b < 4.0$ и $4.4 < \eta^b < 5.0$. Пошто су PbPb

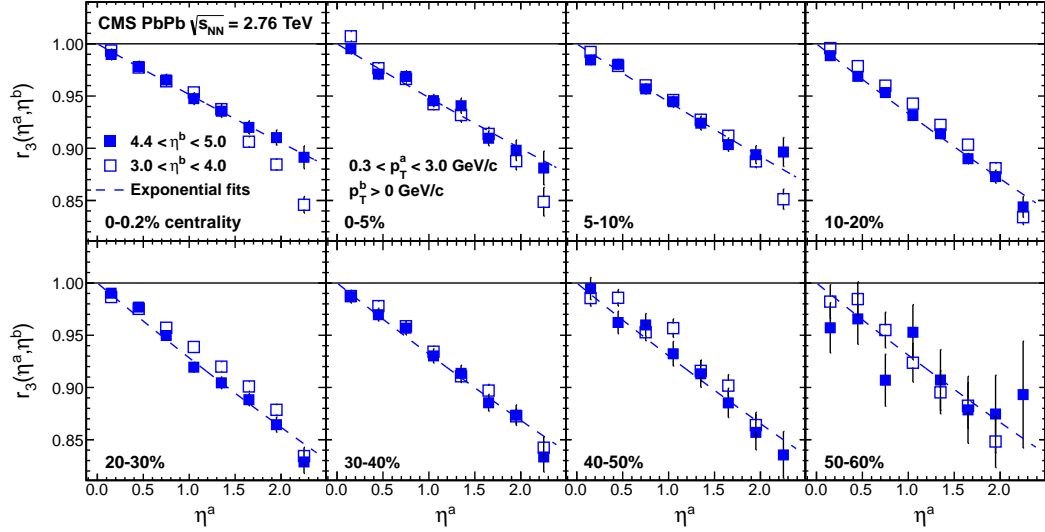
¹осим за r_4 где су коришћене три класе централности зарад боље статистичке резолуције

судари симетрични, зарад оптималне статистичке резолуције, комбиноване су вредности хармоника $V_{n\Delta}(\eta^a, \eta^b)$ и $V_{n\Delta}(-\eta^a, -\eta^b)$ за рачунање количника r_n . Додатни услов је коришћење трагова само унутар $0.3 < p_T < 3.0$ GeV/c и селекција калориметарске куле са $E > 1$ GeV. За случај $\eta^a = 0$, количник r_n је једнак јединици што следи из конструкције опсервабле. Повећањем вредности η^a уочава се јасан пад количника (за све редове $n = 2, 3, 4$) испод јединице, што указује на зависност угла равни догађаја у лонгитудиналном правцу датим са η . За количник r_2 мерен у односу на бин $4.4 < \eta^b < 5.0$, вредности опадају приближно линеарно са η^a , за скоро све централности, са одступањем од пар процената на $\eta^a \sim 2.4$. Изузетак овом тренду су резултати за најцентралнију класу 0-0.2%, са одступањем од линеарности већ на $\eta^a \sim 1$. За бин $3.0 < \eta^b < 4.0$ ефекат нарушења факторизације постаје јачи, са мањим вредностима количника r_2 у интервалу $\eta^a > 1$. Овакво понашање се може објаснити доприносима јет-ова (краткодометне корелације по η), јер разлика између трагова по η пада испод 2 у именитељу количника r_n . Обрнуто, за област $\eta^a < 1$ резултати постају конзистентни (осим за класу 0-0.2%) што показује да услов $|\Delta\eta| > 2$ заиста изолује неколективне доприносе.

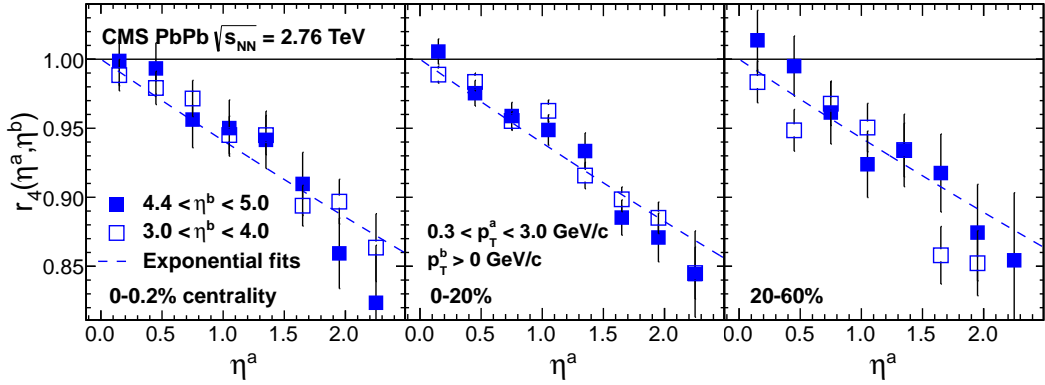


Слика 8.8: Количник r_2 у функцији η^a у односу на бинове $3.0 < \eta^b < 4.0$ и $4.4 < \eta^b < 5.0$, усредњено по $0.3 < p_T^a < 3.0$ GeV/c, за осам класа централности у PbPb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Линијом су представљени фитови дефинисани ј-ном (8.2).

За случај виших хармоника, количници r_3 и r_4 показују ниже вредности у односу на r_2 и тиме присуство јачег ефекта нарушења факторизације по η . За r_3 , овакви резултати су супротни у односу на разлику амплитуда количника r_2 и r_3 у функцији трансверзалног импулса. Слично као и за r_2 , вредности количникс r_3 и r_4 се могу представити линеарном зависношћу за све централности. Разлика резултата у односу на два η^b бина је мање видљива и покривена је статистичком неодређеношћу. Оваква сличност резултата може бити и последица мањег утицаја краткодометних



Слика 8.9: Количник r_3 у функцији η^a у односу на бинове $3.0 < \eta^b < 4.0$ и $4.4 < \eta^b < 5.0$, усредњено по $0.3 < p_T^a < 3.0$ GeV/c, за осам класа централности у PbPb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Линијом су представљени фитови дефинисани ј-ном (8.2).



Слика 8.10: Количник r_4 у функцији η^a у односу на бинове $3.0 < \eta^b < 4.0$ и $4.4 < \eta^b < 5.0$, усредњено по $0.3 < p_T^a < 3.0$ GeV/c, за три класе централности у PbPb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Линијом су представљени фитови дефинисани ј-ном (8.2).

јет корелација на више хармонице. Чињеница да су количници независни од бина η^b за разлике између трагова од $|\Delta\eta| > 2$, даје могућност да се параметризује зависност количника r_n од η^a . Први корак је следећа параметризација

$$\cos \left[n \left(\Psi_n(\eta^a) - \Psi_n(\eta^b) \right) \right] = e^{-F_n^n |\eta^a - \eta^b|}, \quad (8.1)$$

са претпоставком да је флукуација између два угла равни догађаја функција разлике псевдорapidитета. За мале разлике $|\Delta\eta|$ ј-на (8.1) даје линеарну функцију што је приближно конзистентно са датим подацима. Заменом ј-не (8.1) у ј-ну (6.39)

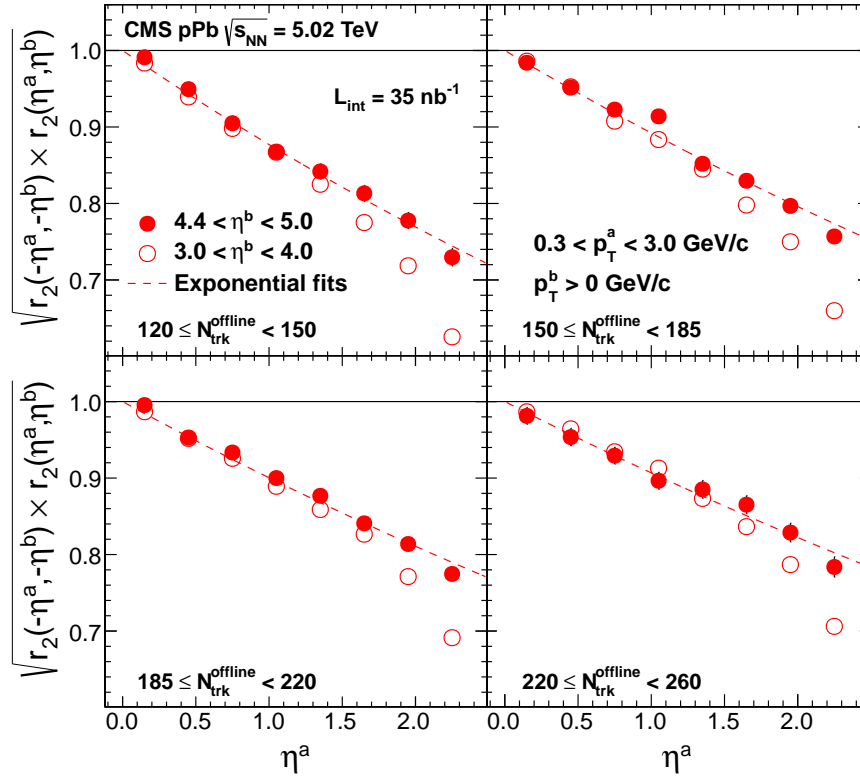
добија се коначна параметризација

$$r_n(\eta^a, \eta^b) \approx e^{-2F_\eta^n \eta^a}, \quad (8.2)$$

где је количник r_n независтан од бина η^b што у апроксимацији одговара подацима са слика 8.8, 8.9 и 8.10. Користећи експоненцијалну функцију из ј-не (8.2), вредности r_2 за бин $4.4 < \eta^b < 5.0$ су добро фитоване за скоро све централности, осим за класу 0-0.2% где постоје јаче девијације како се η^a повећава. Параметар F_η^n је искључиво емпиријска величина, која за сада нема јасну физичку интерпретацију и која се користи за квантитативно приказивање ефекта нарушења факторизације у функцији централности (описано у Одељку 8.2.3).

8.2.2 Анализа рРб података

Испитивање нарушења факторизације дво-честичних корелација, у лонгитудиналном правцу η , урађено је и за рРб сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02$ TeV за четири класе мултиплицитета. Резултати су приказани на Сл. 8.11, и односе се

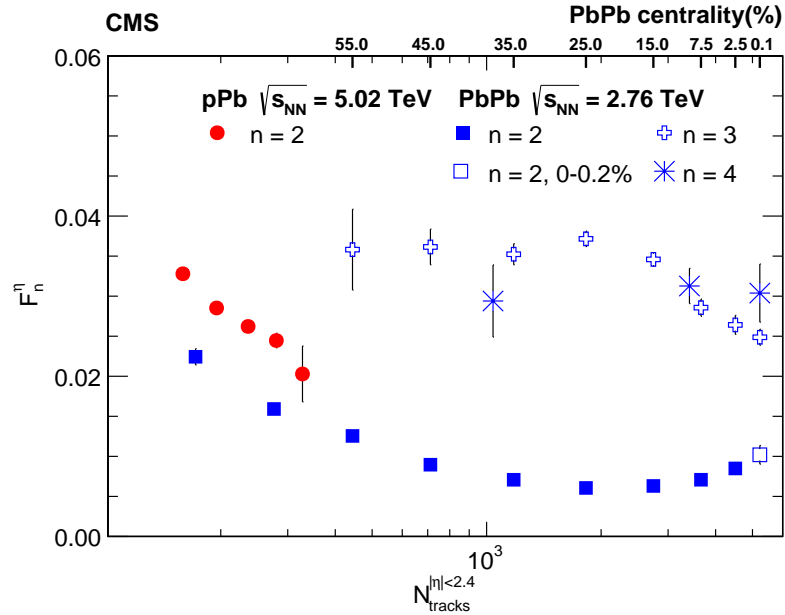


Слика 8.11: Корен производа количника, $\sqrt{r_n(\eta^a, \eta^b)r_n(-\eta^a, -\eta^b)}$, у функцији η^a у односу на бинове $3.0 < \eta^b < 4.0$ и $4.4 < \eta^b < 5.0$, усредњено по $0.3 < p_T^a < 3.0$ GeV/c, за четири класе мултиплицитета у рРб сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02$ TeV. Линијом су представљени фитови дефинисани ј-ном (8.2).

само на хармоник другог реда ($n = 2$) услед недовољне статистике за анализу виших хармоника. Као што је дискутовано у Одељку 6.8.2 услед асиметричности рРб судара ($v_n(\eta) \neq v_n(-\eta)$) користи се другачија дефиниција за r_n а која је дата ј-ном (6.40). Исто као за случај РбРб, користе се два интервала из HF кула, односно, бинови $3.0 < \eta^b < 4.0$ и $4.4 < \eta^b < 5.0$. Према добијеним подацима уочава се јако нарушење факторизације у сударима рРб како се η^a повећава. Слично као за РбРб резултате, нарушење факторизације је приближно независно од бина η^b за све класе мултиплицитета унутар интервала $\eta^a < 1$, при чему долази до јаке девијације од јединице за бин $3.0 < \eta^b < 4.0$ и интервал $\eta^a < 1$ услед краткодметних корелација које су присутније за мање разлике $\Delta\eta$. Приказани резултати су фитовани користећи ј-ну (8.2) за бин $4.4 < \eta^b < 5.0$, и добијени фит добро описује експериментално мерене податаке.

8.2.3 Поређење резултата у сударима рРб и РбРб

За поређење рРб и РбРб података може да се користи параметар F_n^η , а који је приказан на Сл. 8.12 као функција мултиплицитета догађаја за хармонике $n = 2-4$ у случају РбРб судара, и за хармоник $n = 2$ у случају рРб судара.



Слика 8.12: Параметар F_n^η , дефинисан у ј-ни (8.2), дат у функцији мултиплицитета догађаја у РбРб сударима на $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV за хармонике $n = 2 - 4$ и рРб сударима на $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV за хармоник $n = 2$.

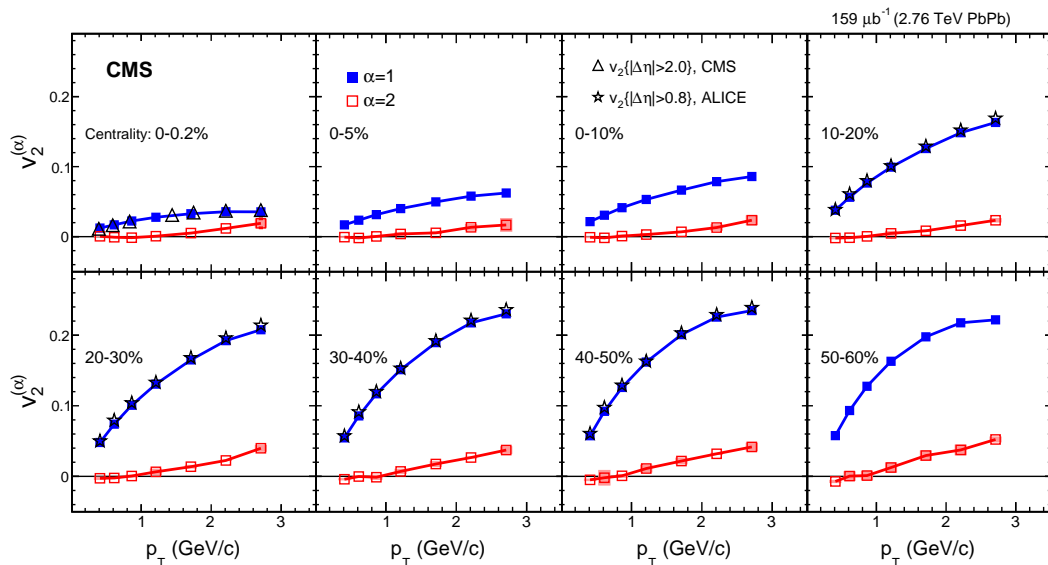
Као што је и очекивано, услед израженог елиптичког облика области преклапања у полуцентралним ($\sim 20\%$) РбРб сударима релативни утицај флукуација почетних стања је ту најмањи па због тога вредности F_2^η достижу минимум. Идући ка

периферним РbРb сударима, релативни утицај флукуација почетних стања расте што доводи до израженог пораста вредности F_2^n [79]. Идући према најцентралнијим РbРb сударима, вредност F_2^n показује динамику раста, узимајући у обзир да диференцијални резултати за бин 0-0.2% нису најбоље фитовани ј-ном (8.2). За сличне мултиплицитете догађаја, види се да је интензитет параметра F_2^n у рРb сударима нешто већи у односу на РbРb сударе, при чему се та разлика смањује са повећањем мултиплицитета. За РbРb сударе, знатно већи ефекат нарушења η факторизације, F_3^n и F_4^n је видљив за више хармонике у односу на други хармоник. За случај трећег хармоника $n = 3$, постоји мала зависност за РbРb сударе са централношћу од 0-20%. Унутар статистичке неодређености вредности параметра F_4^n показују независност од централности.

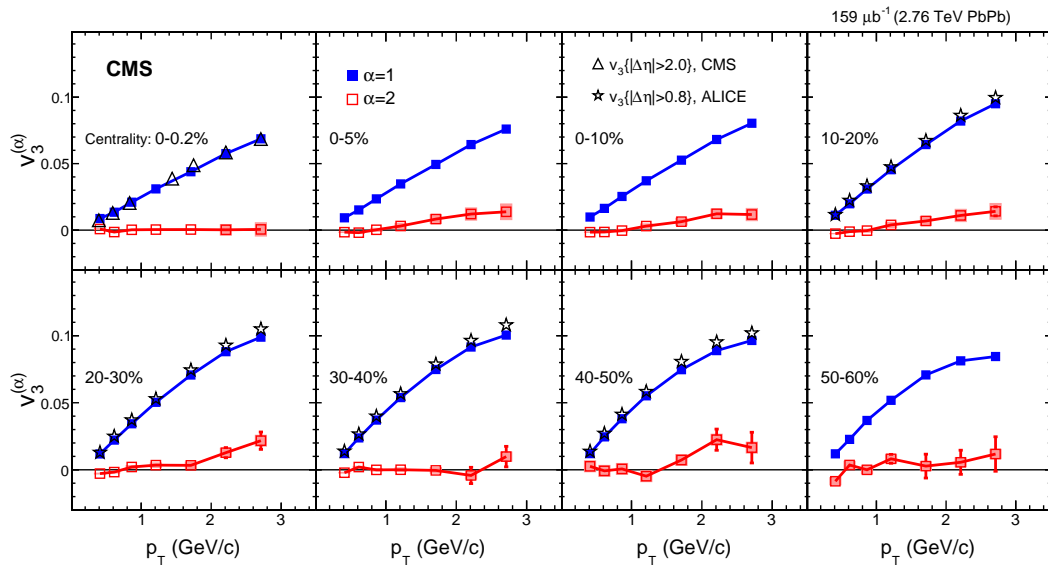
8.3 Резултати РСА са експерименталним подацима

8.3.1 Анализа РbРb података

На Сл. 8.13 су приказани водећи ток и подток за ($n = 2$) у функцији p_T , мерени за осам класа централности у сударима РbРb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Централности су подељене од најцентралнијих судара 0-0.2% до периферних 50-60% судара. Резултати су распоређени у седам p_T бинова покривајући интервал $0.3 < p_T < 3.0$ GeV/c. Тиме, број диференцијалних p_T бинова за конструкцију коваријантне матрице је $N_\alpha = 7$. Вредности токова су постављени на позицији отежњене средње вредности одговарајућег бина $\langle p_T \rangle$. Интензитет водећег тока $v_2^{(1)}$ је упоређен са дво-честичним елиптичким током $v_2\{2\}$ мереним на експерименту CMS за ултра-централне сударе 0-0.2% [64] и експерименту ALICE за семи-централне сударе [80]. Водећи ток, $v_2^{(1)}$, је доминантан и практично је једнак елиптичком току $v_2\{2\}$ мереним стандардном методом дво-честичних корелација. На довољно великим p_T вредностима, подток, $v_2^{(2)}$, има ненулту вредност за све централности са динамиком раста са повећавањем p_T . Интензитет подтока је приближно 0.02 за највиши p_T бин и централније сударе, са увећавањем интензитета до 0.05 идући ка периферним сударима.



Слика 8.13: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$) за $n = 2$ у функцији p_T , мерени за осам класа централности у сударима РbРb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Резултати за водећи ток су упоређени са вредностима елиптичког тока, мереног на CMS и ALICE експериментима путем методе дво-честичних корелација [64, 80]. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама (невидљиве због малих вредности), док је обојеним правоугаоницима означена систематска неодређеност.

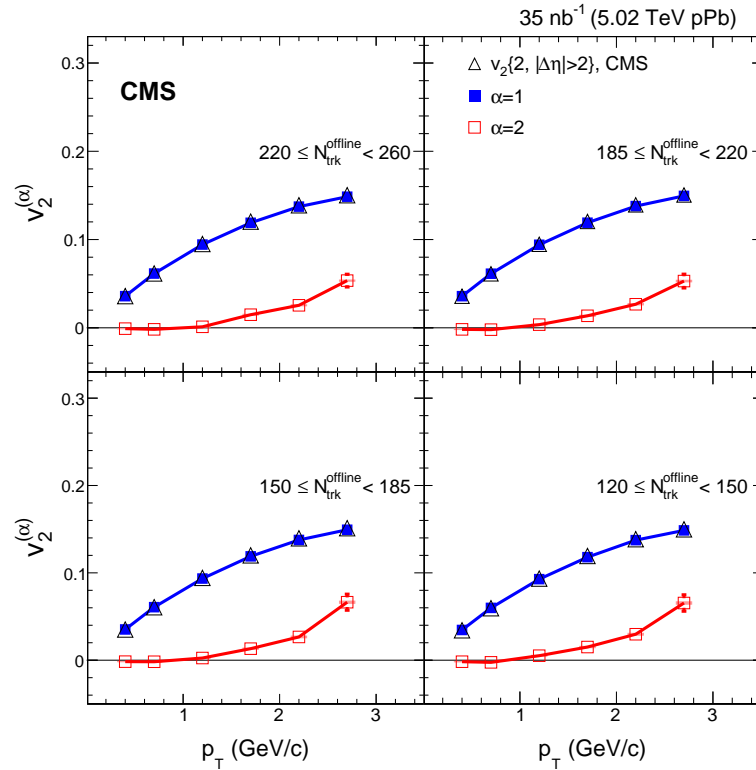


Слика 8.14: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$) за $n = 3$ у функцији p_T , мерени за осам класа централности у сударима РbРb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Резултати за водећи ток су упоређени са вредностима триангуларног тока, мереног на CMS и ALICE експериментима путем методе дво-честичних корелација [64, 80]. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама (невидљиве због малих вредности), док је обојеним правоугаоницима означена систематска неодређеност.

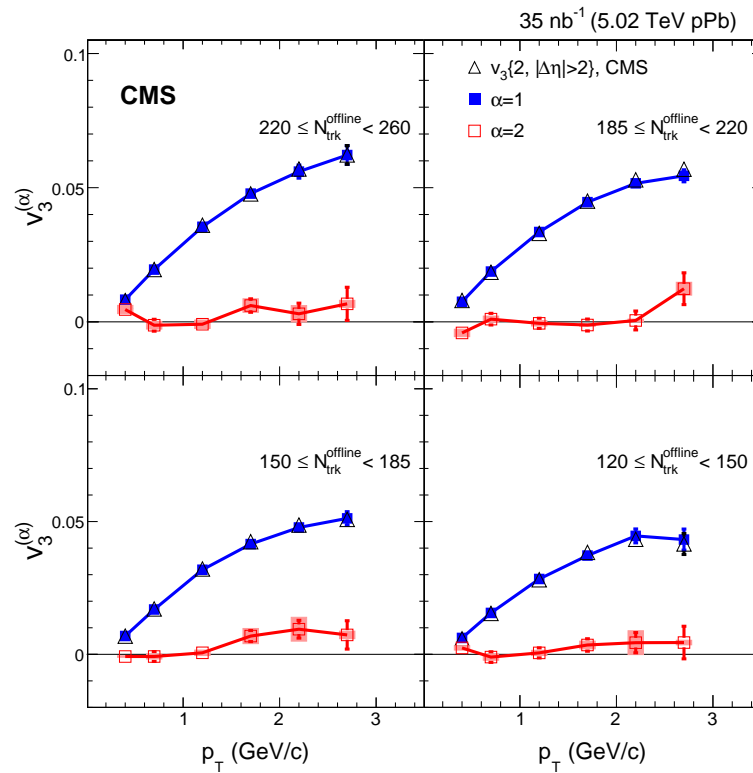
На Сл. 8.14 су приказани водећи ток и подток за ($n = 3$) у функцији p_T , користећи истих осам класа централности у сударима РbРb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Слично као за случај ($n = 2$), водећи ток $v_3^{(1)}$ је упоређен са триангуларним током $v_3\{2\}$ мереним помоћу дво-честичних корелација на експерименту CMS за ултра-централне сударе 0-0.2% [64] и експерименту ALICE за семи-централне сударе [80]. Исто као за елиптички случај, види се добро преклапање вредности између водећег тока $v_3^{(1)}$ и триангуларног тока $v_3\{2\}$. Подток, $v_3^{(2)}$, има практично нулту вредност за ултра-централне сударе, и ненулте вредности за већи број централности за највиши p_T бин. У контексту релативистичке хидродинамике, постојање подтока је реакција на прву радијалну ексцитацију триангуларности [77].

8.3.2 Анализа рРб података

На Сл. 8.15 су приказани водећи ток и подток за ($n = 2$) у функцији p_T , у сударима рРб при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV, за четири класе мултиплицитета. Резултати су распоређени у шест p_T бина покривајући интервал $0.3 < p_T < 3.0$ GeV/c. Тиме, број диференцијалних p_T бина за конструкцију коваријантне матрице је $N_\alpha = 6$. Интензитет водећег тока $v_2^{(1)}$ је упоређен са дво-честичним елиптичким током $v_2\{2\}$ мереним на експерименту CMS за исте класе мултиплицитета [81]. Као што је виђено за РбРб сударе, водећи ток је једнак елиптичком току $v_2\{2\}$. У случају подтока $v_2^{(2)}$, вредности су блиске нули за ниске p_T вредности, са јасном динамиком раста са повећавањем p_T . Највећи интензитет подтока одговара највећој вредности p_T бина. Оваква динамика је у сагласности са резултатима, везаним за нарушење факторизације у рРб подацима, мереним на експерименту CMS [82]. За случај оба тока, резултати показују мало зависности од мултиплицитета за рРб догађаје.



Слика 8.15: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$) за $n = 2$ у функцији p_T , мерени догађајима високог мултиплицитета у сударима рРб при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV, за четири класе мултиплицитета $N_{\text{trk}}^{\text{offline}}$. Резултати за водећи ток су упоређени са вредностима елиптичког тока, мерени на CMS путем методе дво-честичних корелација [81]. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама, док је обојеним правоугаоницима означена систематска неодређеност.



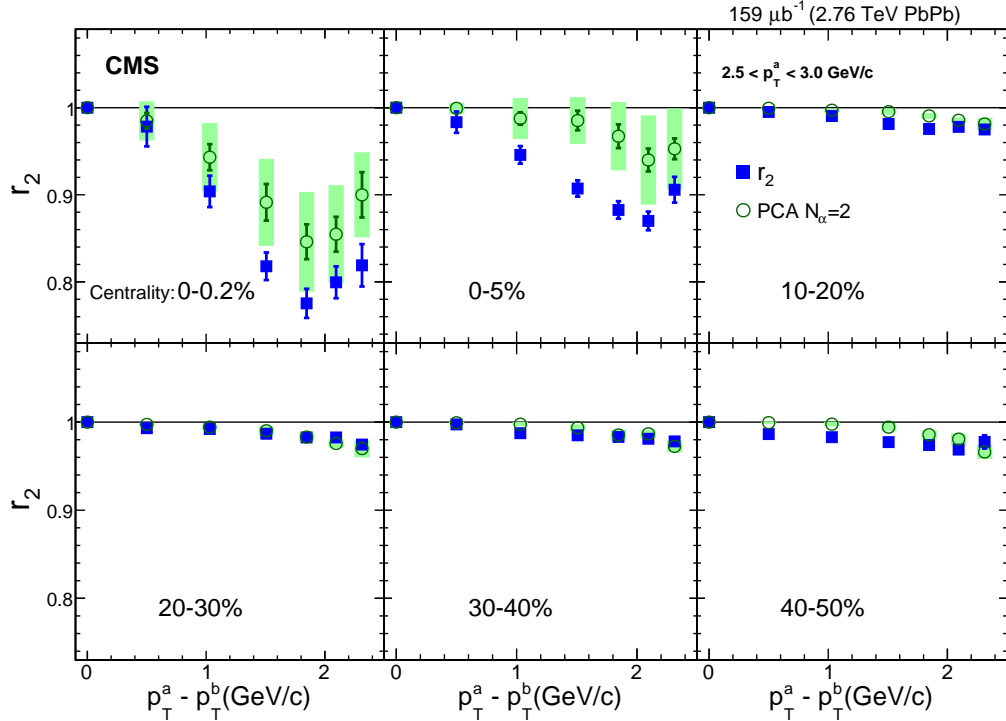
Слика 8.16: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$) за $n = 3$ у функцији p_T , мерени догађајима високог мултиплицитета у сударима pPb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV, за четири класе мултиплицитета $N_{trk}^{offline}$. Резултати за водећи ток су упоређени са вредностима триангуларног тока, мерени на CMS путем методе дво-честичних корелација [81]. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама, док је обојеним правоугаоницима означена систематска неодређеност.

На Сл. 8.16 су приказани водећи ток и подток за ($n = 3$) у функцији p_T , у сударима pPb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV, за исте четири класе мултиплицитета. Слично као за $n = 2$ случај, водећи ток одговара по вредности триангуларном току $v_3\{2\}$ мереном на експерименту CMS [81]. За случај подтока $v_3^{(2)}$, вредности флукутирају око нуле унутар статистичке неодређености, за све класе централности, осим за највећи p_T бин за класу [185, 220). Слично као за $n = 2$, не уочава се јака зависност резултата од мултиплицитета.

8.3.3 Реконструкција r_n коефицијента

Pearson-онов корелациони коефицијент r_n , дефинисан у ј-ни (6.35), мери интензитет нарушене факторизације. Овај корелациони коефицијент зависи од дво-честичних хармоника $V_{n\Delta}$ који се, за дати пар (p_T^a, p_T^b) бинова, може развити у суму одговарајућих модова (j -на (7.9)). Користећи само водећи ток и подток у декомпозицији, рачунају се апроксимативне вредности хармоника и тиме одговарајући коефицијент r_n . Добијене вредности оваквог PCA r_n коефицијента су упоређене са стандардним

r_n вредностима узете из [82]. На Сл. 8.17 приказано је поређење за елиптички случај ($n = 2$), за шест класа централности, где се може закључити да PCA r_2 вредности добро реконструишу облик нарушења факторизације за све централности.



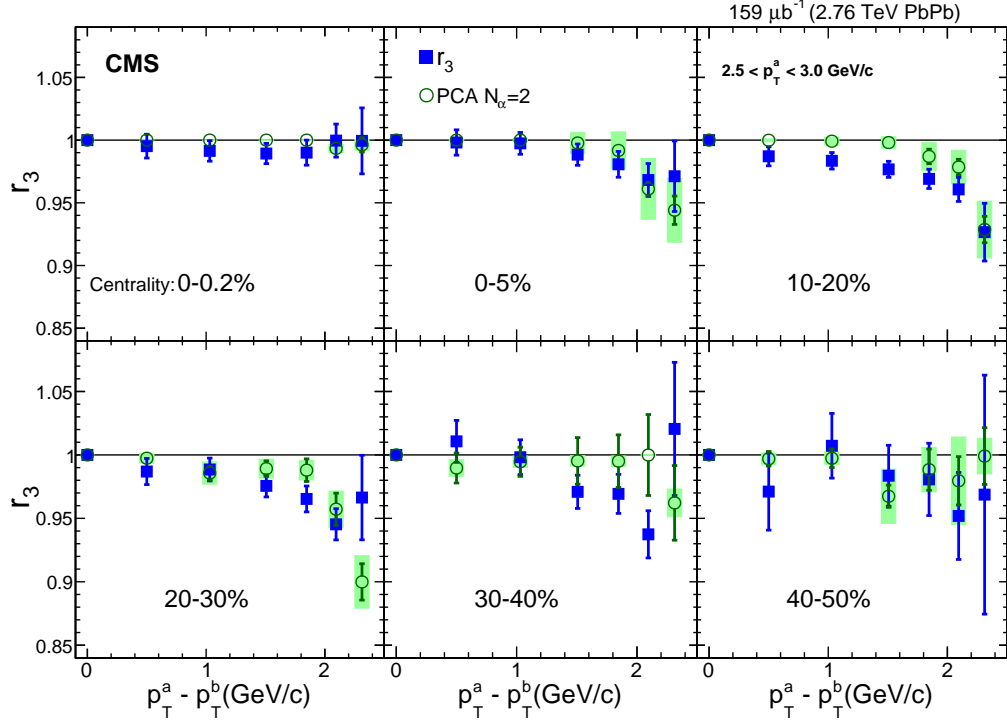
Слика 8.17: Поређење Pearson-овог корелационог коефицијента r_2 реконструисаног декомпозицијом хармоника са само прва два мода и r_2 вредности из [82], у функцији $p_T^a - p_T^b$ у односу на бин p_T^a у сударима PbPb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама, док је обојеним правоугаоницима означена систематска неодређеност.

Ипак, PCA r_2 вредности су ближе јединици у односу на стандардне r_2 вредности, што је очекивано услед коришћења само два мода у реконструкцији хармоника из j -не (6.35). Слично, на Сл. 8.18 дато је поређење PCA r_3 са стандардним вредностима r_3 из [82]. И поред већих статистичких и систематских грешака, PCA r_3 резултати по облику дају сличан отклон од јединице као за стандардне r_3 вредности. Резултати слика 8.17 и 8.18 показују да је ненулта вредност подтока директно повезана са ефектом нарушења факторизације. Ипак, интензитет коефицијента r_n није директно пропорционалан интензитету другог мода. Ово се може показати апроксимацијом коефицијента r_n са развијањем у ред као (за извођење погледати Додатак А.12)

$$r_n \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{V_n^{(2)}(p_T^a)}{V_n^{(1)}(p_T^a)} - \frac{V_n^{(2)}(p_T^b)}{V_n^{(1)}(p_T^b)} \right)^2, \quad (8.3)$$

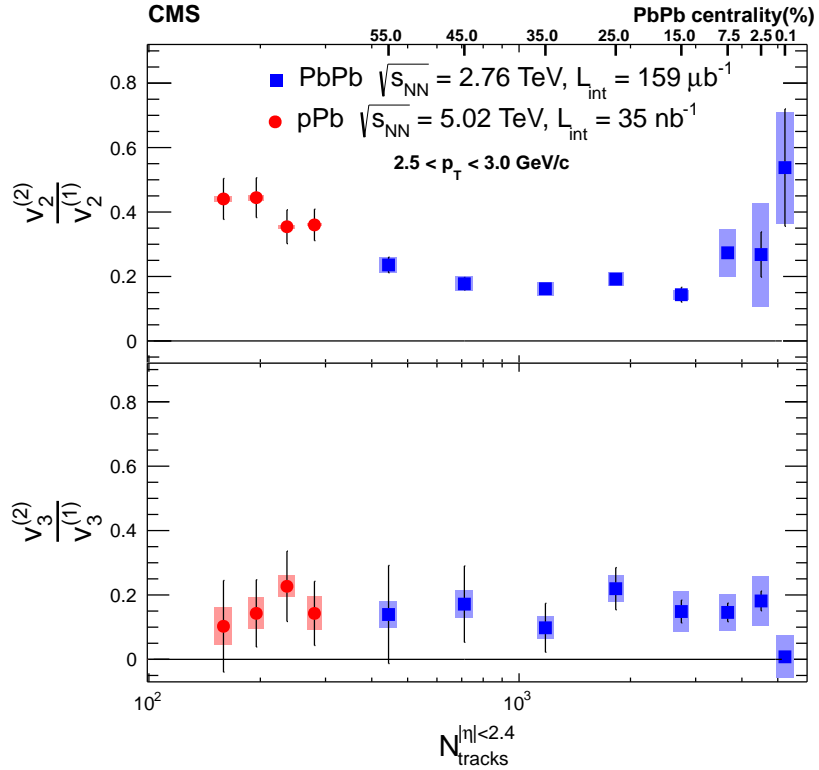
где је коришћена претпоставка $V_n^{(1)} \gg V_n^{(2)}$ за занемаривање доприноса виших степена. Једначина (8.3) пре свега показује да за нулте вредности другог мода, за оба

p_T бина, коефицијент r_n не одступа од јединице, тј., одржава се факторизација. Други закључак је да интензитет коефицијента r_n не зависи од интензитета другог мода већ од количника другог и првог мода за одговарајуће p_T бинове.



Слика 8.18: Поређење Pearson-овог корелационог коефицијента r_3 реконструисаног декомпозицијом хармоника са само прва два мода и r_3 вредности из [82], у функцији $p_T^a - p_T^b$ у односу на бин p_T^a у сударима РbРb $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама, док је обојеним правоугаоницима означена систематска неодређеност.

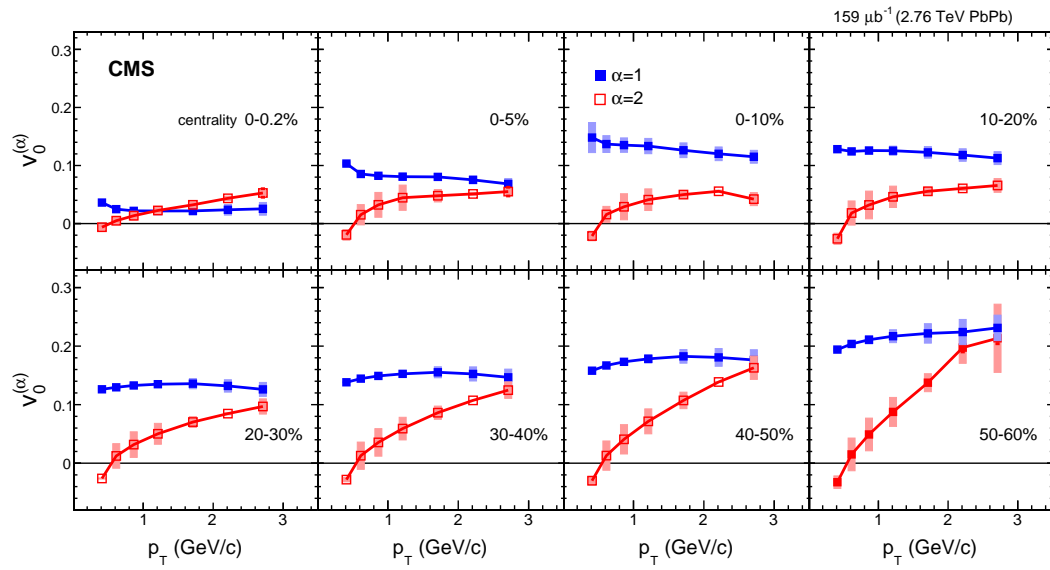
Из наведеног разлога, на Сл. 8.19 су приказане вредности количника подтока и водећег тока у функцији централности и мултиплицитета (двострука x -оса). За дати количник изабран је бин $2.5 < p_T < 3.0$ GeV/c, где је мерени интензитет коефицијента r_n највећи. Горњи део слике показује елиптички случај $n = 2$, а доњи део триангуларни $n = 3$. За елиптички случај вредности количника су јасно изнад нуле при чему су рРb вредности изнад РbРb резултата за периферне сударе. За триангуларни случај, приближно половина вредности флукуира око нуле унутар граница неодређености. Ипак, читав скуп вредности указује да је средња вредност количника изнад нуле.



Слика 8.19: Количник подтока и водећег тока, за бин $2.5 < p_T < 3.0$ GeV/c, у функцији централности и мултиплицитета (двострука x -оса). Подаци за PbPb сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV су дати пуним плавим маркерима и подаци за pPb сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV су дати пуним црвеним маркерима. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама и систематска неодређеност означена обојеним квадратима.

8.3.4 Флуктуација мултиплицитета

Коначно, Сл. 8.20 показује мерени први и други мод за случај $n = 0$, у функцији p_T за осам класа централности у PbPb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. За све централности први мод слабије зависи од p_T , за разлику од другог мода који има изражен пораст са повећањем p_T , осим за најцентралније сударе. Дато повећање другог мода у функцији p_T , за дате централности, настаје услед радијалних флуктуација [76]. Из угла релативистичке хидродинамике, број честица на високим p_T вредностима опада експоненцијално $\exp[-(u_0 - u)/T]$, где је T температура, u максимална брзина флуида и $u_0 = \sqrt{1 + u_0^2}$. Мала варијација вредности u даје линеарну зависност релативне варијације броја честица $\delta N/N$ по p_T . Оваква линеарна зависност се уочава у резултатима за периферније сударе. Даље, за фиксирано p_T види се јасна динамика раста другог мода померајући се од централних ка перифернијим сударима.



Слика 8.20: Први и други мод за случај $n = 0$, тј. за случај флукуација по мултиплицитету, за осам класа централности у РbРb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама и систематска неодређеност означена обојеним правоугаонцима.

Пошто периферни судари одговарају мањој запремини интеракције, очекује се да су p_T флукуације доминантније за периферне сударе у односу на централне.

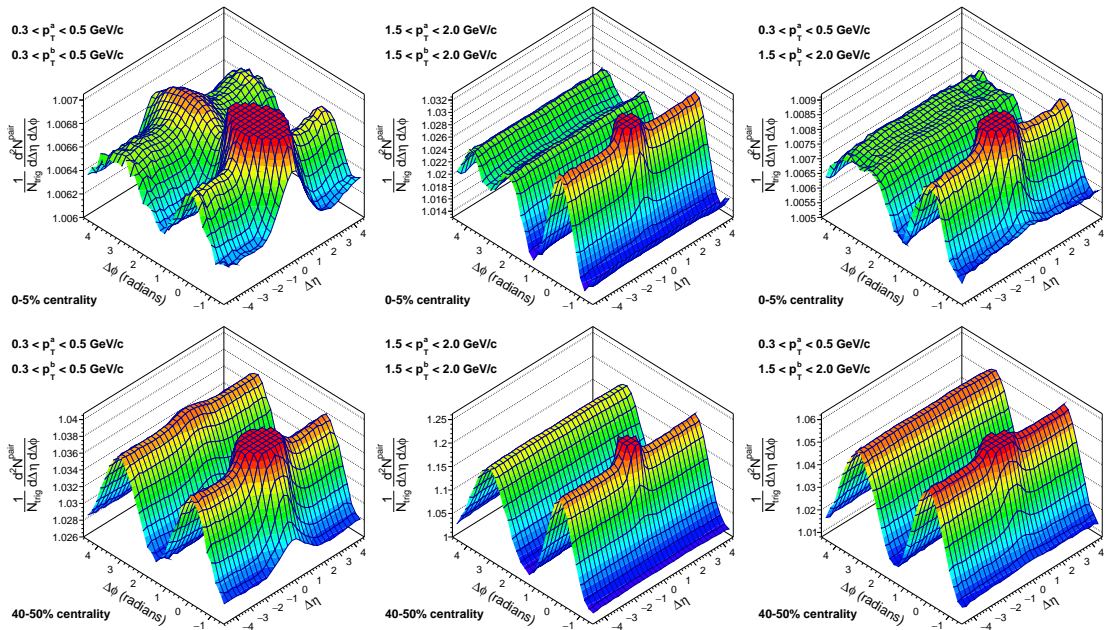
РСА резултати судара PbPb генерисаних HYDJET++ моделом

9.1 Monte Carlo HYDJET++

Monte Carlo HYDJET++ модел симулира релативистичке сударе тешких језгара, на нивоу догађаја тј. појединачних судара [88]. Модел се састоји од две компоненте које описују тврде и меке процесе. Мека компонента описује хидродинамичку еволуцију система, а тврда компонента описује мултипартонску фрагментацију унутар средине формиране у судару. У оквиру тврде компоненте, ефекат пригушења jet-ова је укључен. Тврда компонента је састављена од PYTHIA [89] и PYQUEN [90] генератора. Наведени генератори симулирају иницијалне партон-партон сударе, партонско губљење енергије зрачењем и хадронизацију партона. Унутар меке компоненте HYDJET++ модела, елиптички ток је регулисан просторном анизотропијом $\varepsilon_2(b)$ која представља модулацију коначне хипер-површи замрзавања за дати параметар судара b , и импулсном анизотропијом $\delta(b)$ која дефинише профил брзине флуида. Триангуларни ток v_3 је одређен додатном модулацијом $\varepsilon_3(b)$ уведеном на хипер-површи замрзавања. Догађаји судара могу се генерисати са више опција. Најреалистичнија опција је "flow + quenched jets", која укључује и хидродинамичку еволуцију и утицај jet-ова. Поред тога, у датој анализи коришћена је и опција "flow", која не укључује ефекте пригушења jet-ова.

9.2 Дво-честичне корелационе функције

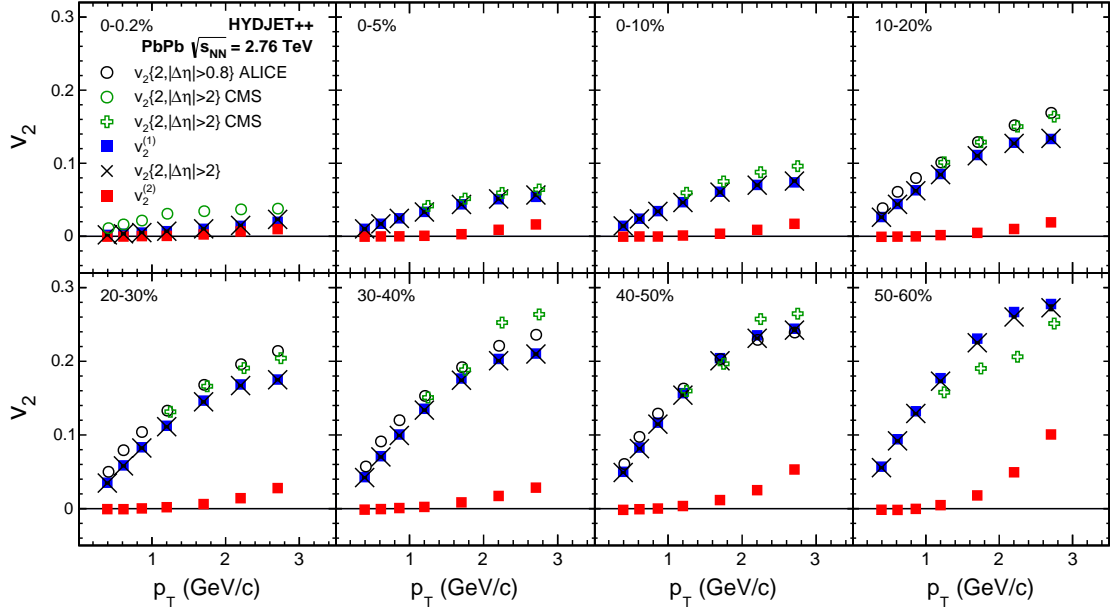
За мерење дво-честичних хармоника $V_{n\Delta}$ коришћен је метод фитовања азимуталне пројекције корелационе функције са расподелом датом j -ном (6.30) заједно са методом директног рачунања хармоника према j -ни (6.32) зарад систематике. За рачунање диференцијалних вредности водећег тока и подтока, у функцији p_T , метод PCA је примењен на осам класа централности од 0-0.2% до 50-60%, користећи трагове наелектрисаних честица које припадају интервалима $0.3 < p_T < 3.0 \text{ GeV}/c$ и $|\eta| < 2.4$, идентично као и у анализи са експерименталним подацима. Зарад илустрације, Сл. 9.1 показује примере дво-честичних корелационих функција за различите p_T бинове (комбинације $0.3 < p_T < 0.5 \text{ GeV}/c$ и $1.5 < p_T < 2.0 \text{ GeV}/c$ бина) за случај централних 0-5% и периферних 40-50% PbPb судара при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$, генерисаних HYDJET++ моделом. Видљиви пикови око $(\Delta\phi, \Delta\eta) \sim 0$,



Слика 9.1: Дво-честичне корелационе функције као допринос парова наелектрисаних честица у функцији $\Delta\phi$ и $\Delta\eta$ разлике, за случај где обе честице припадају бину $0.3 < p_T < 0.5 \text{ GeV}/c$ (лева колона), бину $1.5 < p_T < 2.0 \text{ GeV}/c$ (средња колона) и случај када једна честица припада бину $0.3 < p_T < 0.5 \text{ GeV}/c$ и друга бину $1.5 < p_T < 2.0 \text{ GeV}/c$ (десна колона). Корелационе функције су дефинисане за централне 0-5% (горњи ред) и периферне 40-50% (доњи ред) PbPb сударе из HYDJET++ модела при енергији центра масе од $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$ (опција коришћена у симулацији је "flow + quenched jets").

који потичу од доприноса кратकोдементних корелација, су одсечени због боље видљивости "ближе" и "даље" стране корелационе функције (тзв. "near" и "away" side). Такође, то одсецање доводи и до боље видљивости хармонијске структуре настале као последица дугодементних колективних корелација. Модел HYDJET++ показује

добру реконструкцију елиптичког тока v_2 . Шта више, модел показује и добру реконструкцију триангуларног тока v_3 који се уочава као ефекат "рамена" (погледати Додатак А.9 за једноставну илустрацију) за централне 0-5% сударе, где се очекује јак допринос флукуација почетних стања и тиме јак интензитет триангуларног тока.

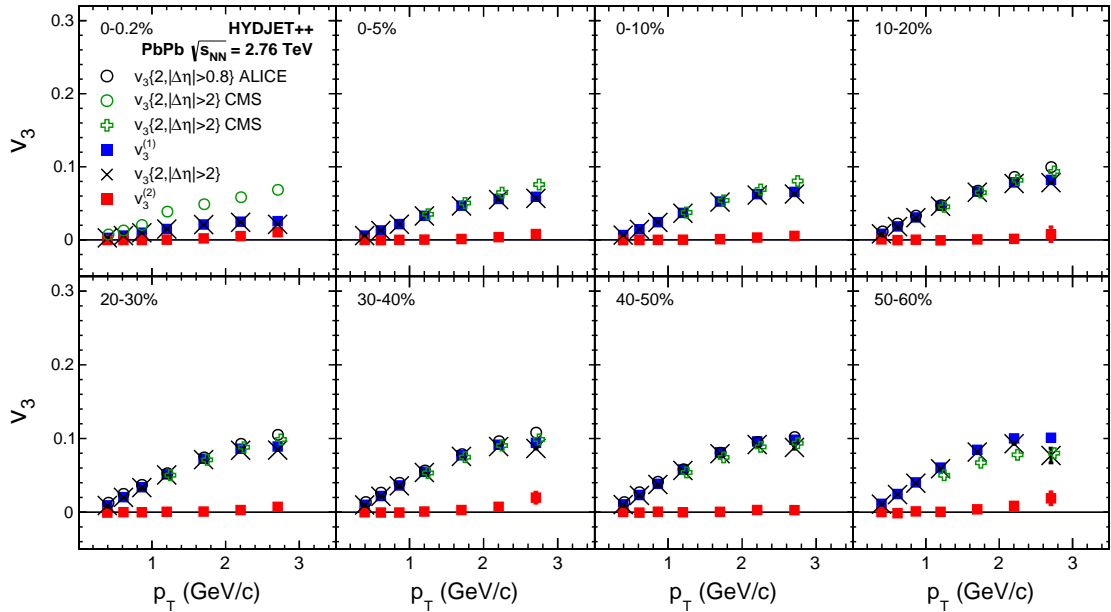


Слика 9.2: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$), за елиптички случај $n = 2$, у функцији p_T за осам класа централности у сударима PbPb при енергији $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV генерисаних $HYDJET++$ моделом. Вредности $v_2^{(1)}$ су упоређене са вредностима $v_2\{2\}$ CMS експеримента [64] (отворени зелени кругови), [91] (отворени зелени крстови), ALICE експеримента [80] (отворени црни кругови) и $HYDJET++$ подацима (ознаке \times). У свим случајевима коришћен је услов $|\Delta\eta| > 2$ при корелисању честица. Статистичке грешке су одређене вертикалним цртицама (слабо видљиве услед велике расположиве статистике)

9.3 Резултати анализе $HYDJET++$ PbPb података за "flow + quenched jets" случај

Слика 9.2 показује диференцијалне вредности водећег тока $v_2^{(1)}$ и подтока $v_2^{(2)}$ у функцији p_T за осам класа централности у сударима PbPb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV генерисаних $HYDJET++$ моделом за опцију "flow + quenched jets" и условом $|\Delta\eta| > 2$ при корелисању честица. Водећи ток $v_2^{(1)}$ је доминантан по интензитету и добро се поклапа са експерименталном вредношћу стандардно

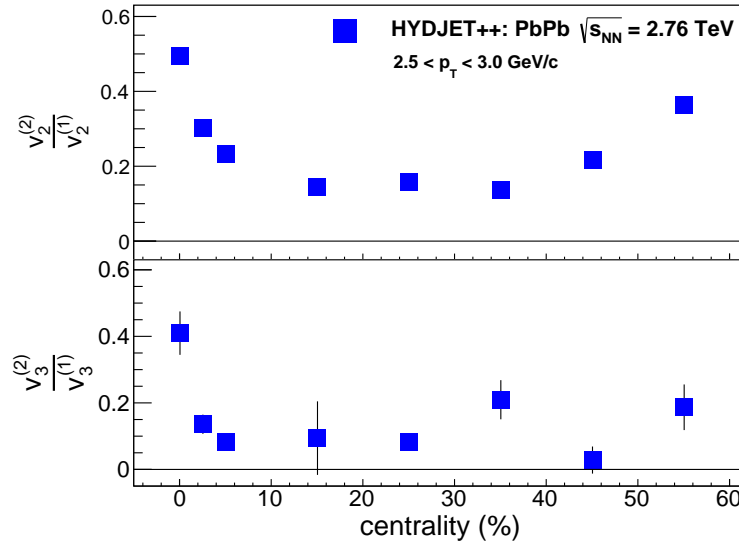
мереног дво-честичног тока $v_2\{2\}$ из [64, 80]. Поред поређења са CMS и ALICE резултатима, вредности стандардно мереног дво-честичног тока $v_2\{2\}$ су рачунате и за $HYDJET++$ податке (На Сл. 9.2 представљене ознакама \times) и упоређене са резултатима добијеним PCA методом. Преклапање $v_2\{2\}$ резултата са вредностима водећег тока $v_2^{(1)}$ је одлично. За случај подтока $v_2^{(2)}$, вредности су практично нула унутар област $p_T \leq 2$ GeV/c за све централности, са тенденцијом раста идући према највећем p_T бину $2.5 < p_T < 3$ GeV/c. Слично, за фиксирану p_T вредност подток показује јасну зависност од централности са динамиком раста крећући се од централних ка периферним сударима. Идентичан избор централности и диференцијалних p_T вредности је коришћен и у CMS подацима [93, 94] где се уочава прилично добра квантитативна сагласност између експерименталних и теоријских $HYDJET++$ резултата.



Слика 9.3: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$), за триангуларни случај $n = 3$, у функцији p_T за осам класа централности у сударима PbPb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV генерисаних $HYDJET++$ моделом. Вредности $v_3^{(1)}$ су упоређене са вредностима $v_3\{2\}$ CMS експеримента [64] (отворени зелени кругови), [91] (отворени зелени крстови), ALICE експеримента [80] (отворени црни кругови) и $HYDJET++$ подацима (ознаке \times). У свим случајевима коришћен је услов $|\Delta\eta| > 2$ при корелисању честица. Статистичке грешке су представљене вертикалним цртицама.

Слика 9.3 показује диференцијалне вредности водећег триангуларног тока $v_3^{(1)}$ и подтока $v_3^{(2)}$ за ($n = 3$), за исти скуп централности и p_T бинова као за претходни

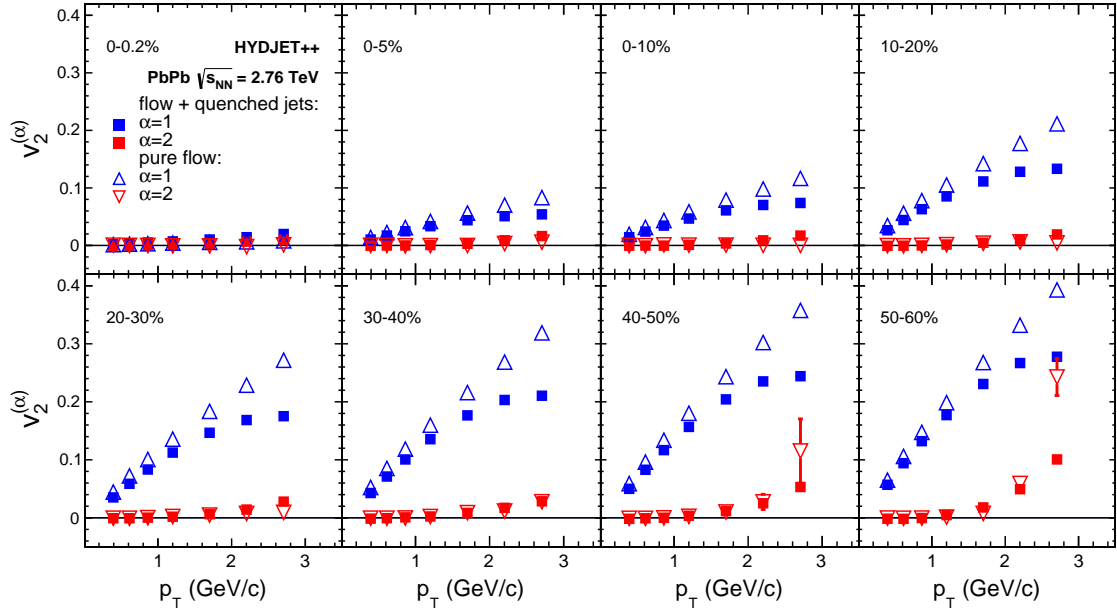
случај ($n = 2$). Водећи ток показује добро слагање са стандардно мереним дво-честичним триангуларним током $v_3\{2\}$ из [64, 80], осим за ултра-централне сударе 0-0.2%. Слично, водећи ток има одлично слагање са дво-честичним триангуларним током $v_3\{2\}$ добијеним из *HYDJET++* података. За случај подтока $v_3^{(2)}$, вредности су практично нула у целом p_T спектру, што је у сагласности са експерименталним CMS подацима [82] да се факторизација боље одржава за триангуларни случај. Даље, CMS резултати добијени применом PCA метода [93, 94] показују исто квантитативно понашање подтока за $n = 3$ ред хармоника.



Слика 9.4: Количник између подтока и тока за бин $2.5 < p_T < 3 \text{ GeV}/c$ (горе за $n = 2$ и доле за $n = 3$), у функцији централности за PbPb сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$. Статистичке грешке су представљене вертикалним цртицама

Слика 9.4 показује количник између подтока и тока за највећи бин $2.5 < p_T < 3 \text{ GeV}/c$, тј. бин где је ефекат најизраженији, у функцији централности. Резултати за елиптички ток ($n = 2$, горња слика) показују да је вредност количника $v_2^{(2)}/v_2^{(1)}$ најмања за интервал централности од 10% до 30% тј., у области где је елиптички ток најизраженији. За веома централне сударе види се значајно повећање интензитета количника. Слично, динамика раста се уочава идући и према периферним сударима 50-60%. Овакво понашање је у квалитативној сагласности са вредностима r_2 у функцији мултиплицитета добијеним из експерименталних података [82]. За триангуларни случај, интегрисана вредност количника $v_3^{(2)}/v_3^{(1)}$ по свим централностима је 0.095 ± 0.009 . Услед малог интензитета подтока $v_3^{(2)}$, мале флукуације у вредности могу произвести неглатку расподелу као што је видљиво на Сл. 9.4 за $n = 3$. Слично као за $n = 2$, овакво квантитативно понашање за случај $n = 3$ је у

сагласности са вредностима r_3 у функцији мултиплицитета добијеним из експерименталних података [82] што изнова потврђује да се триангуларни ток факторише знатно боље него елиптички.



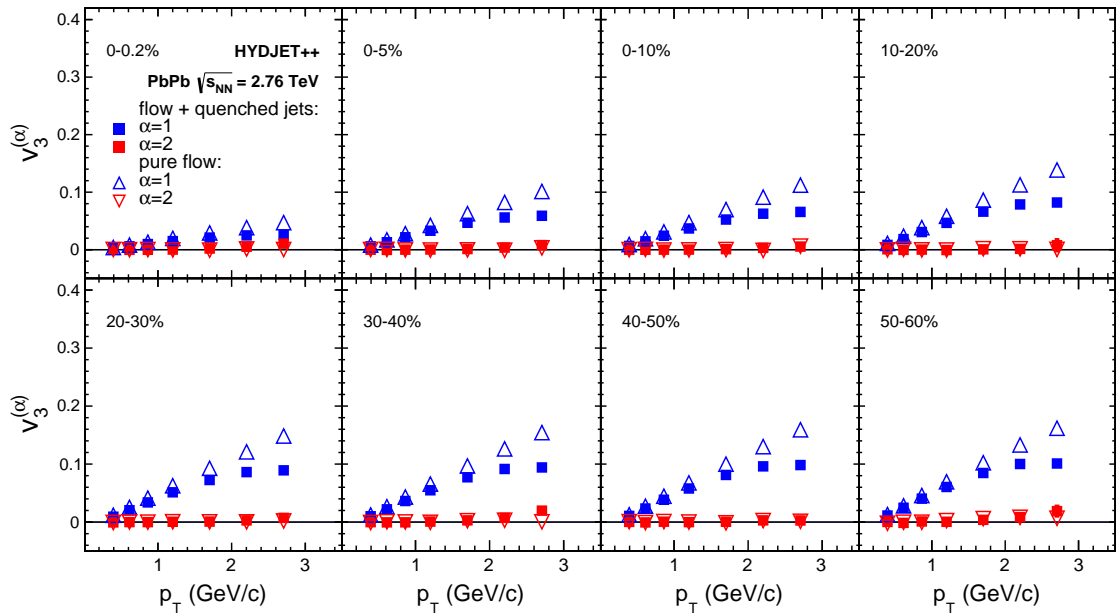
Слика 9.5: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$), за елиптички случај $n = 2$, у функцији p_T за осам класа централности у сударима PbPb при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV генерисаних HYDJET++ моделом са опцијом "flow" (троугао ознака) и опција "flow + quenched jets" (квадрат ознака). Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама.

9.4 Резултати анализе HYDJET++ PbPb података за "flow only" случај

Зарад тестирања порекла сигнала подтока, урађена је идентична анализа за PbPb сударе при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV са HYDJET++ моделом, али са променом опције "flow + quenched jet" на "flow" опцију. Поређење резултата добијених из ових двеју опција, и за елиптички и за триангуларни ток, приказано је на сликама 9.5 и 9.6. Као што је очекивано, водећи ток за случај "flow" опције даје за оба случаја ($n = 2, 3$) линеарни раст у функцији p_T . Даље, за фиксну p_T вредност водећи ток за опцију "flow" је већи од "flow + quenched jet" водећег тока, што је такође очекивано. Резултати за подток, за опцију "flow", показују вредности блиске нули за централности испод 20%. За централности између 20% и 40%, види се мали раст вредности који је испод интензитета подтока и за опцију "flow + quenched jets"

и за CMS податке [93, 94]. За централност 50-60%, подток $v_2^{(2)}$ за опцију "flow" за највећи p_T бин, има значајно већу вредност од подтока за опцију "flow + quenched jets" и од експериментално мереног подтока.

Постојање подтока пре свега указује на постојање флукуација почетних стања у судару језгара које се пресликавају, у оквиру релативистичке хидродинамике, у нехомогену густину енергије (у литератури профил познат као "hot spots") новонастале средине. У контексту HYDJET++ модела за опцију "flow", присутне резонанце и флукуације спектра импулса честица заједно са топологијом периферних судара [95] могу имитирати нехомогени профил густине енергије средине и тиме произвести одговарајући сигнал подтока. Даље, велики део новонасталих честица у сударима тешких језгара су пиони који, за опцију "flow + quenched jets", делом припадају високо енергетским jet-овима. Присутни jet-ови имају различиту оријентацију у односу на раван догађаја сударајућих језгара чиме је и њихов пређени пут кроз средину различит. Наведена зависност пређеног пута од оријентације довешће до веће или мање интеракције (апсорпције) jet-а са средином што у средњем може да допринесе присутном нехомогеном профилу густине енергије средине.

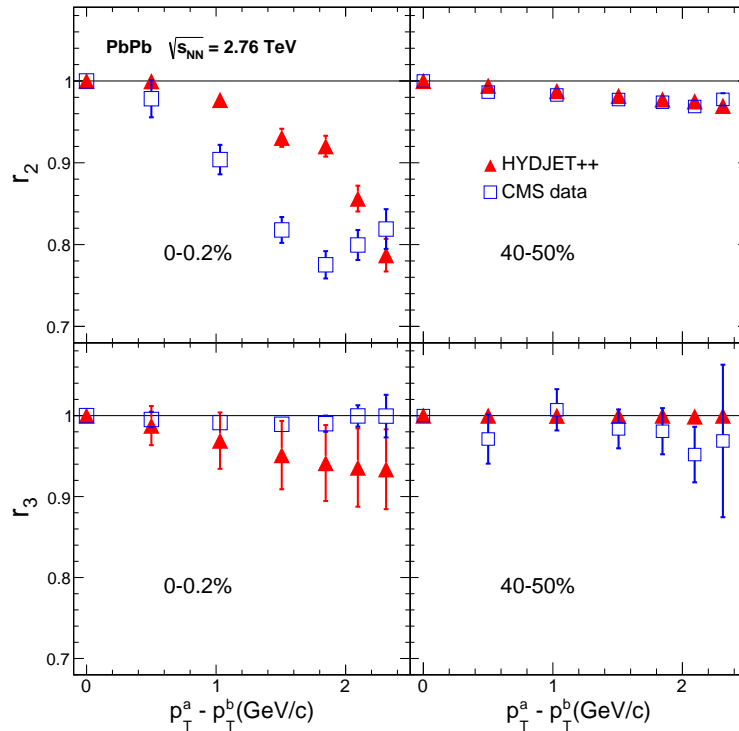


Слика 9.6: Водећи ток ($\alpha = 1$) и подток ($\alpha = 2$), за триангуларни случај $n = 3$, у функцији p_T за осам класа централности у сударима PbPb при енергији $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV генерисаних HYDJET++ моделом са опцијом "flow" (троугао ознака) и опција "flow + quenched jets" (квадрат ознака). Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама.

За случај подтока $n = 3$ за опцију "flow", вредности су практично нула за све централности, у целом p_T спектру. Овакви резултати иду у прилог одржавању факторизације за триангуларни случај у оквиру тока у којем нема примеса неколективних ефеката.

9.5 Реконструкција r_n коефицијента

Pearson-онов корелациони коефицијент r_n , дефинисан у ј-ни (6.35), мери интензитет нарушене факторизације. Овај корелациони коефицијент зависи од дво-честичних хармоника $V_{n\Delta}$ који, за дати пар (p_T^a, p_T^b) бинова, се могу развити у суму одговарајућих модова према ј-ни (7.9).



Слика 9.7: Поређење количника r_2 (горњи ред) и r_3 (доњи ред), реконструисаног декомпозицијом хармоника са само прва два мода из *HYDJET++* резултата (опција "flow + quenched jets"), и количника r_2, r_3 из [82] у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за фиксни бин p_T^a и две класе централности у РbРb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Статистичка неодређеност је означена вертикалним линијама.

Користећи само први и други мод у декомпозицији, рачунају се апроксимативне вредности хармоника и тиме одговарајући коефицијент r_n . Зарад испитивања у којој мери *HYDJET++* модел даје реалистичан интензитет подтока и у којој мери

одређује присутно нарушење факторизације, Сл. 9.7 даје поређење апроксимативног количника са експериментално мереним r_n количником. Резултати показују количнике r_2 (горњи ред) и r_3 (доњи ред), реконструисане декомпозицијом хармоника са само прва два мода из *HYDJET++* резултата добијених опцијом "flow + quenched jets", и количника r_2, r_3 из [82] у функцији разлике $p_T^a - p_T^b$ за фиксни бин p_T^a за 0-0.2% и 40-50% централности у PbPb сударима при енергији центра масе $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Резултати показују да *HYDJET++* модел даје релативно добро предвиђање интензитета количника r_2 , изузев облика r_n зависности за веома централне сударе 0-0.2% (где су флуктуације доминантне), користећи само водећи ток и подток у реконструкцији дво-честичних хармоника.

Закључак

У приложеној тези систематски је изучавано нарушење факторизације дугодометних азимуталних дво-честичних корелација у производ једно-честичних анизотропија, као функција p_T и η за обе честице, и као функција мултиплицитета у PbPb и pPb сударима при енергијама центра масе 2.76 TeV и 5.02 TeV. У оквиру релативистичке хидродинамичке слике просторне анизотропије, факторизација дво-честичног хармоника је последица тзв. независног емитовања честица након хадронизације флуида. Резултати ове докторске дисертације показују да долази до нарушења факторизације у функцији p_T и η . Овакви резултати су одрживи у оквиру релативистичке хидродинамике, третирањем угла равни догађаја $\Psi_n(p_T, \eta)$ као функције трансверзалног импулса и псевдорapidитета. Интензитет нарушења факторизације елиптичког тока, у функцији трансверзалног импулса, расте са повећавањем разлике p_T између две честице. За веома централне PbPb сударе, интензитет нарушења факторизације достиже 20%, затим, брзо опада за семи-централне сударе и благо расте идући ка периферним сударима. За сударе pPb високог мултиплицитета, интензитет нарушења факторизације је свега 2-3%. За триангуларну анизотропију резултати показују да се факторизација знатно боље одржава и за PbPb и за pPb сударе. У η димензији, интензитет нарушења факторизације показује приближно линеарно повећање у функцији η разлике између две честице за све централности и класе мултиплицитета у PbPb и pPb сударима. За хармонике трећег и четвртог реда постоји јаче нарушење факторизације у односу на елиптички ток, што је супротно динамици ефекта у односу на p_T зависност. И у p_T и у η димензији, као што је и очекивано, ефекат је најслабији за семи-централне PbPb сударе где доминира "елиптолики" облик области преклапања сударајућих језгара. Ефекат постаје јачи за централније и периферније PbPb сударе, као и за pPb сударе са високим мултиплицитетом, где релативни утицај флукуација почетних стања постаје значајнији. Поређење резултата који се односе на нарушење факторизације у функцији p_T са предвиђањима релативистичких хидродинамичких модела показује добро слагање. У хидродинамичким симулацијама задавање исправних почетних

услова који дефинишу флуктуације почетних стања унутар сударајућих језгра, је неопходно за исправан третман еволуције кварк-глуонске плазме.

Ефекат нарушења факторизације је третиран и коришћењем метода анализе главних компоненти заједно са дво-честичним корелацијама. По први пут, експериментални подаци су коришћени за рачунање ортогоналних модова дво-честичних Fourier хармоника који су директно повезани са ефектом нарушења факторизације. Грађењем коваријантне матрице чији су елементи дво-честични Fourier хармоници, користи се пуна информација садржана у дво-честичним корелацијама. Као последица, дати метод даје већу осетљивост на флуктуације тока. У оквиру просторне анизотропије, прва два мода су тзв. водећи ток и подток дво-честичних корелација, који су рачунати за елиптички и триангуларни ток у PbPb и pPb сударима у функцији p_T за различите централности и класе мултиплицитета. Резултати показују да је водећи ток практично једнак анизотропном Fourier хармонику мереним стандардним методом дво-честичних корелација. Подток, као нова експериментална опсервабла, одређује највећи део мереног интензитета ефекта нарушења факторизације за високе вредности трансверзалног импулса. За елиптички ток, у PbPb и pPb сударима, подток показује динамику раста са повећавањем p_T . За триангуларни ток, у PbPb и pPb сударима, подток показује мале вредности у целом p_T спектру што је у сагласности са претходним резултатима да се факторизација боље одржава за триангуларну анизотропију. Зарад поређења са експерименталним подацима, рачунати су елиптички и триангуларни модови са Monte Carlo генерисаним подацима HYDJET++ модела. Резултати анализе HYDJET++ података показују понашање слично оном виђеном у анализи експерименталних података, што указује да овај модел даје сличан профил флуктуација почетних стања пресликан у коначном спектру честица. Анализа главних компоненти је такође примењена за флуктуације мултиплицитета, за PbPb сударе, где је такође по први пут измерен други мод. Вредности другог мода за флуктуације мултиплицитета, у функцији p_T и централности указују на присуство флуктуација радијалног тока.

Резултати анализа флуктуација почетних стања у овој докторској дисертацији могу бити употребљени у хидродинамичким симулација, и у томе се огледа значај овога рада. У оквиру ефекта нарушења факторизације за p_T димензију, показано је да Glauber почетни услови добро описују централне сударе, док KLN услови добро описују семи-централне и периферне сударе. За потпуни тродимензионални опис еволуције кварк-глуонске плазме неопходно је моделирање и у η димензији. Резултати изложени у овој тези би могли да укажу на то да облик кварк-глуонске плазме створене у судару језгара је "уврнут" (енг. *torqued*), антисиметрично у односу на $\eta = 0$ вредност. Мерењем подтока са експерименталним подацима, који представља

нову опсерваблу другог реда, може додатно да ограничи теорију унутар хидродинамичких симулација при дефинисању почетних стања у систему сударајућих језгара.

Литература

- [1] Y. Ne'eman, "Derivation of strong interactions from a gauge invariance", *Nucl. Phys.* **26** (1961) 222, doi:10.1016/0029-5582(61)90134-1.
- [2] Murray Gell-Mann, "Symmetries of Baryons and Mesons", *Phys. Rev.* **125** (1962) 1067, doi:10.1103/PhysRev.125.1067.
- [3] Feynman, R. P., The Behavior of Hadron Collisions at Extreme Energies, High Energy Collisions: Third International Conference at Stony Brook, N.Y, (1969), pp. 237–249.
- [4] E. D. Bloom; et al., "High-Energy Inelastic e–p Scattering at 6° and 10°", *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 930, doi:10.1103/PhysRevLett.23.930.
- [5] M. Breidenbach; et al., "Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering", *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 935, doi:10.1103/PhysRevLett.23.935.
- [6] Chris Quigg, "Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions", *Westview Press* (1997).
- [7] F. Karsch and E. Laermann, "Quark-Gluon Plasma 3", Editors: R. C. Hwa and X. N. Wang, World Scientific, Singapore (2003).
- [8] M. Alford, K. Rajagopal, T. Schaefer, A. Schmitt, "Color superconductivity in dense quark matter", *Rev. Mod. Phys.* **80** (2008) 1455, doi:10.1103/RevModPhys.80.1455, arXiv:0709.4635.
- [9] E. Shuryak, "Physics of Strongly coupled Quark-Gluon Plasma", *Prog. Part. Nucl. Phys.* **62** (2009) 48, doi:10.1016/j.pnpnp.2008.09.001, arXiv:0807.3033.
- [10] B. Tillmann et al., "A little inflation at the cosmological QCD phase transition", *Phys.Rev. D* **85** (2012) 103506, 10.1103/PhysRevD.85.103506, arXiv:1105.0832.
- [11] CMS Collaboration, "Measurement and QCD analysis of double-differential inclusive jet cross-sections in pp collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 8$ TeV and ratios to 2.76 and 7 TeV", *JHEP* **03** (2017) 156, arXiv:1609.05331.

- [12] N. Armesto, N. Borghini, S. Jeon, U. Wiedemann, S. Abreu, et al., "Heavy Ion Collisions at the LHC - Last Call for Predictions", *J. Phys. G* **35** (2008) 054001, doi:10.1088/0954-3899/35/5/054001, arXiv:0711.0974.
- [13] S. Voloshin and Y. Zhang, "Flow study in relativistic nuclear collisions by Fourier expansion of azimuthal particle distributions", *Z. Phys. C* **70** (1996) 665, doi:10.1007/s002880050141, arXiv:hep-ph/9407282.
- [14] L. Landau, "On the multiparticle production in high-energy collisions", *Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz.* **17** (1953) 51.
- [15] R. Hagedorn, "Statistical thermodynamics of strong interactions at high-energies", *Nuovo Cim. Suppl.* **3** (1965) 147.
- [16] U. Heinz, "The Little Bang: Searching for quark-gluon matter in relativistic heavy-ion collisions", arXiv:hep-ph/0009170v2.
- [17] CERES/NA45 Collaboration, "Elliptic flow of charged pions protons and strange particles emitted in Pb + Au collisions at top SPS energy", *Nuclear Physics A* **894** (2012) 41, doi:10.1016/j.nuclphysa.2012.08.004, arXiv:1205.3692.
- [18] CERES/NA45 Collaboration, "Triangular flow of negative pions emitted in PbAu collisions at 17.3 GeV", *Nucl. Phys. A* **957** (2017) 99, doi:10.1016/j.nuclphysa.2016.08.002, arXiv:1604.07469.
- [19] Proceedings of the 15th International Conference on Ultrarelativistic Nucleus-Nucleus Collisions (QM 2001), Stony Brook, New York, January, 15-20, 2001, *Nucl. Phys. A* **698** (2002) 1.
- [20] PHENIX Collaboration, "Suppression of Hadrons with Large Transverse Momentum in Central Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV", *Phys. Rev. Lett.* **88**, (2001) 022301, doi:10.1103/PhysRevLett.88.022301.
- [21] M. Miller, K. Reygers, S. Sanders, and P. Steinberg, "Glauber modeling in high energy nuclear collisions", *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **57** (2007) 205, doi:10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020, arXiv:nucl-ex/0701025
- [22] J.-Y. Ollitrault, "Relativistic hydrodynamics for heavy-ion collisions", *Euro. Jour. of Phys.* **29** (2008) 2, doi:10.1088/0143-0807/29/2/010, arXiv:0708.2433.
- [23] R. Woods and D. Saxon, "Diffuse Surface Optical Model for Nucleon-Nuclei Scattering ", *Phys. Rev. Ar.* **95** (1954) 577, doi:10.1103/PhysRev.95.577.
- [24] P. Huovinen, P. Petreczky, "QCD Equation of State and Hadron Resonance Gas", *Nucl. Phys. A* **837** (2010) 26, doi:10.1016/j.nuclphysa.2010.02.015.

- [25] D. Kharzeev and M. Nardi, "Hadron production in nuclear collisions at RHIC and high density QCD", *Phys. Lett. B* **507** (2001) 121, doi:10.1016/S0370-2693(01)01309-0, arXiv:nucl-th/0012025 [nucl-th].
- [26] D. Kharzeev and E. Levin, "Manifestations of high density QCD in the first RHIC data", *Phys. Lett. B* **523** (2001) 79, doi:10.1016/S0370-2693(01)01309-0, arXiv:nucl-th/0108006.
- [27] D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi, "The Onset of classical QCD dynamics in relativistic heavy ion collisions", *Phys. Rev. C* **71** (2005) 054903, doi:10.1103/PhysRevC.71.054903, arXiv:hep-ph/0111315.
- [28] C. Shen, Z. Qiu, H. Song, J. Bernhard, S. Bass and U. Heinz, "The iEBE-VISHNU code package for relativistic heavy-ion collisions", arXiv:1409.8164.
- [29] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, "(3+1)D hydrodynamic simulation of relativistic heavy-ion collisions", *Phys. Rev. C* **82** (2010) 014903, doi:10.1103/PhysRevC.82.014903, arXiv:1004.1408.
- [30] K. Dusling and D. Teaney, "Simulating elliptic flow with viscous hydrodynamics", *Phys. Rev. C* **77** (2008) 034905, doi:10.1103/PhysRevC.77.034905, arXiv:0710.5932.
- [31] B. Guiot, K. Werner, "Hard probes and the event generator EPOS", *Jour. of Phys.: Conference Series* **589** (2014).
- [32] W. Broniowski, M. Rybczynski and P. Bozek, "GLISSANDO: GLauber Initial-State Simulation AND mOre", *Comput. Phys. Commun.* **180** 69 (2009) 69.
- [33] Li Yan, A Hydrodynamic Analysis of Collective Flow in Heavy-Ion Collisions, Dissertation, Stony Brook University, 2013.
- [34] F. Gardim, F. Grassi, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, "Breaking of factorization of two-particle correlations in hydrodynamics", *Phys. Rev. C* **87** (2013) 031901, doi:10.1103/PhysRevC.87.031901, arXiv:1211.0989.
- [35] U. Heinz, Z. Qiu, and C. Shen, "Fluctuating flow angles and anisotropic flow measurements", *Phys. Rev. C* **87** (2013) 034913, doi:10.1103/PhysRevC.87.034913, arXiv:1302.3535.
- [36] I. Kozlov, M. Luzum, G. Denicol, S. Jeon and C. Gale, "Transverse momentum structure of pair correlations as a signature of collective behavior in small collision systems", arXiv:1405.3976.
- [37] R. Hagedorn and J. Ranft, *Nuovo Cimento Suppl.* **6** (1968) 169.

- [38] CMS Collaboration, "Observation of long-range near-side angular correlations in proton-lead collisions at the LHC", *Phys. Lett. B* **718** (2013) 795, doi:10.1016/j.physletb.2012.11.025, arXiv:1210.5482.
- [39] CMS Collaboration, "Multiplicity and transverse-momentum dependence of two- and four-particle correlations in pPb and PbPb collisions", *Phys. Lett. B* **724** (2013) 213, doi:10.1016/j.physletb.2013.06.028, arXiv:1305.0609.
- [40] D. Gross and F. Wilczek, "Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories", *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1343, doi:10.1103/PhysRevLett.30.1343.
- [41] H. Politzer, "Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?", *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 1346, doi:10.1103/PhysRevLett.30.1346.
- [42] R. Brown, R. Twiss, "Correlation between photons in two coherent beams of light", *Nature* **177** (1956) 27.
- [43] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, and A. Pais, "Influence of Bose-Einstein Statistics on the Antiproton-Proton Annihilation Process", *Phys. Rev. Journal Archives* **120** (1960) 300.
- [44] P. Bozek, W. Broniowski, and J. Moreira, "Torqued fireballs in relativistic heavy-ion collisions", *Phys. Rev. C* **83** (2011) 034911, doi:10.1103/PhysRevC.83.034911, arXiv:1011.3354.
- [45] M. Gell-Mann, "Symmetries of Baryons and Mesons", *Phys. Rev. Journal Archives* **125** (1962) 1067.
- [46] E. Shuryak. "Quark-Gluon Plasma and Hadronic Production of Leptons, Photons and Psions", *Phys. Lett. B* **78** (1978) 150, doi:10.1016/0370-2693(78)90370-2.
- [47] W. Broniowski, W. Florkowski and L. Glozman, "Update of the Hagedorn mass spectrum", *Phys. Rev. D* **70** (2004) 117503, doi:10.1103/PhysRevD.70.117503, arXiv:hep-ph/0407290.
- [48] R. Hagedorn, "Statistical thermodynamics of strong interactions at high energies", *Nuovo Cimento Supplemento* **3** (1965) 147.
- [49] A. Chodos, R. Jaffe, K. Johnson, C. Thorn and V. Weisskopf, "New extended model of hadrons", *Phys. Rev. D* **9** (1974) 3471.
- [50] F. Karsch, E. Laermann and A. Peikert, "The pressure in 2, 2+1 and 3 flavour QCD", *Phys. Lett. B* **478** (2000) 447, doi:10.1016/S0370-2693(00)00292-6, arXiv:hep-lat/0002003.

- [51] S. Cao, Y. Huang, G.-Y. Qin and S. Bass, "The influence of initial state fluctuations on heavy quark energy loss in relativistic heavy-ion collisions", *Journal of Physics G* **42** (2015) 12, doi:10.1088/0954-3899/42/12/125104, arXiv:1404.3139.
- [52] J. Engels, F. Karsch, H. Satz, "Gauge field thermodynamics for the SU(2) Yang-Mills system", *Nucl. Phys. B* **205** (1982) 545, doi:10.1016/0550-3213(82)90077-3.
- [53] J. Engels, J. Fingberg, K. Redlich, H. Satz and M. Weber, "The onset of deconfinement in SU(2) lattice gauge theory", *Z. Phys. C* **42** (1989) 341, doi:10.1007/BF01555877.
- [54] R. Snellings, "Elliptic Flow: A Brief Review", *New J. Phys* **13** (2011) 055008, doi:10.1088/1367-2630/13/5/055008.
- [55] M. Gyulassy, L. McLerran, "New Forms of QCD Matter Discovered at RHIC", *Nucl. Phys. A* **750** (2005) 30, doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.10.034.
- [56] E. Iancu, "QCD in heavy ion collisions", *CERN-2014-003* (2014) 197, arXiv:1205.0579.
- [57] B. Muller, A. Schafer, "entropy creation in relativistic heavy ion collisions", *Int. J. Mod. Phys. E* **20** (2011) 2235, doi:10.1142/S0218301311020459, arXiv:1110.2378.
- [58] M. Petran, J. Rafelski, "Universal hadronization condition in heavy ion collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 62$ GeV and at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ GeV", *Phys. Rev. C* **88** (2013) 021901, doi:10.1103/PhysRevC.88.021901, arXiv:1303.0913.
- [59] L. Landau and E. Lifshitz, "Fluid mechanics", Pergamon, Oxford, (1963).
- [60] D. H. Rischke, "Fluid dynamics for relativistic nuclear collisions", *Conference paper*, arXiv:nucl-th/9809044.
- [61] H. Song, "Causal Viscous Hydrodynamics for Relativistic Heavy Ion Collisions", dissertation (2009).
- [62] CMS Collaboration, The CMS trigger system, (2017).
- [63] CMS Collaboration, "Measurement of the elliptic anisotropy of charged particles produced in PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV", *Phys. Rev. C* **89** (2014) 044906, doi:10.1103/PhysRevC.87.014902, arXiv:1204.1409.
- [64] CMS Collaboration, "Studies of azimuthal dihadron correlations in ultra-central PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV", *JHEP* **02** (2014) 088, doi:10.1007/JHEP02(2014)088, arXiv:1312.1845.

- [65] S. Voloshin, A. Poskanzer, and R. Snelling, "Collective phenomena in non-central nuclear collisions", arXiv:0809.2949.
- [66] S. Singha, P. Shanmuganathan, and D. Keane, "The First Moment of Azimuthal Anisotropy in Nuclear Collisions from AGS to LHC Energies", *Advances in High Energy Physics*, **2016** (2016) 16, doi:10.1155/2016/2836989.
- [67] PHOBOS Collaboration, "The PHOBOS Perspective on Discoveries at RHIC" *Nucl. Phys. A* **757** (2005) 28, doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.03.084, arXiv:nucl-ex/0410022.
- [68] R. Bhalerao, J. Blaizot, N. Borghini, and J.-Y. Ollitrault, "Elliptic flow and incomplete equilibration at RHIC", *Phys. Lett. B* **627** (2005) 49, doi:10.1016/j.physletb.2005.08.131, arXiv:nucl-th/0508009.
- [69] PHOBOS Collaboration, "Importance of correlations and fluctuations on the initial source eccentricity in high-energy nucleus-nucleus collisions", *Phys. Rev. Lett.*, **98** (2007) 242302, doi:10.1103/PhysRevC.77.014906, arXiv:0711.3724.
- [70] B. Alver, and G. Roland, "Collision geometry fluctuations and triangular flow in heavy ion collisions", *Phys. Rev. C* **81** (2010) 054905, doi:10.1103/PhysRevC.81.054905, arXiv:1003.0194.
- [71] Z. Qiu and U. Heinz, "Event-by-event shape and flow fluctuations of relativistic heavy-ion collision fireballs", *Phys. Rev. C* **84** (2011) 024911, doi:10.1103/PhysRevC.84.024911, arXiv:1104.0650.
- [72] D. Teaney, "Viscous Hydrodynamics and the Quark Gluon Plasma", *book Quark-Gluon Plasma 4* (2010) 207.
- [73] N. Borghini, P. M. Dinh, and J.-Y. Ollitrault, "A New method for measuring azimuthal distributions in nucleus-nucleus collisions", *Phys. Rev. C* **63** (2001) 054906, doi:10.1103/PhysRevC.63.054906, arxiv:nucl-th/0007063.
- [74] N. Borghini, P. M. Dinh, and J.-Y. Ollitrault, "Flow analysis from multiparticle azimuthal correlations", *Phys. Rev. C* **64** (2001) 054901, doi:10.1103/PhysRevC.64.054901, arxiv:nucl-th/0105040.
- [75] CMS Collaboration, "Measurement of the Skewness of Elliptic Flow Fluctuations in PbPb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV", CMS PAS HIN-16-019.
- [76] R. Bhalerao, J.-Y. Ollitrault, S. Pal, and D. Teaney, "Principal component analysis of event-by-event fluctuations", *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 152301, doi:10.1103/PhysRevLett.114.152301, arXiv:1410.7739.

- [77] A. Mazeliauskas, and D. Teaney, "Subleading harmonic flows in hydrodynamic simulations of heavy ion collisions", *Phys. Rev. C* **91** (2015) 044902, doi:10.1103/PhysRevC.91.044902, arXiv:1501.03138.
- [78] A. Mazeliauskas, and D. Teaney, "Fluctuations of harmonic and radial flow in heavy ion collisions with principal components", *Phys. Rev. C* **93** (2016) 024913, doi:10.1103/PhysRevC.93.024913, arXiv:1509.07492
- [79] CMS Collaboration, "Measurement of higher-order harmonic azimuthal anisotropy in PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV", *Phys. Rev. C* **89** (2014) 044906, doi:10.1103/PhysRevC.89.044906, arXiv:1310.8651.
- [80] ALICE Collaboration, "Harmonic decomposition of two-particle angular correlations in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV", *Phys. Lett. B* **708** (2012) 249, 10.1016/j.physletb.2012.01.060, arXiv:1109.2501.
- [81] CMS Collaboration, "Multiplicity and transverse momentum dependence of two- and four-particle correlations in pPb and PbPb collisions", *Phys. Lett. B* **724** (2013) 213, doi:10.1016/j.physletb.2013.06.028, arXiv:1305.0609.
- [82] CMS Collaboration, "Evidence for transverse momentum and pseudorapidity dependent event plane fluctuations in PbPb and pPb collisions", *Phys. Rev. C* **92** (2015) 034911. doi:10.1103/PhysRevC.92.034911, arXiv:1503.01692.
- [83] CMS Collaboration, "CMS Tracking Performance Results from Early LHC Operation", arXiv:1007.1988.
- [84] W. Adam et al., "Track Reconstruction in the CMS Tracker", CMS NOTE-2006/041 (2006).
- [85] G. Dissertori, "The Determination of the Strong Coupling Constant", arXiv:1506.05407.
- [86] CMS Collaboration, "Study of high- p_T charged particle suppression in PbPb compared to pp collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV", *Eur. Phys. J. C* **72** (2012) 1945, doi:10.1140/epjc/s10052-012-1945-x.
- [87] CMS Collaboration, "Observation of long-range, near-side angular correlations in pPb collisions at the LHC", *Phys. Lett. B* **718** (2013) 795, doi:10.1016/j.physletb.2012.11.025.
- [88] I. Lokhtin, L. Malinina, S. Petrushanko, A. Snigirev, I. Arsene, K. Tywoniuk, "HYDJET++ heavy ion event generator and its applications for RHIC and LHC", *JHEP* **09** (2009), doi:10.1088/1126-6708/2009/09/023.

- [89] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Skands, "PYTHIA 6.4 Physics and Manual", *JHEP* **0605** (2006) 026, 10.1088/1126-6708/2006/05/026, arXiv:hep-ph/0603175.
- [90] I. Lokhtin and A. Snigirev, "A model of jet quenching in ultrarelativistic heavy ion collisions and high-pt hadron spectra at RHIC", *Eur. Phys. J. C* **45** (2006) 211, 10.1140/epjc/s2005-02426-3, arXiv:hep-ph/0506189.
- [91] CMS Collaboration, "Centrality dependence of dihadron correlations and azimuthal anisotropy harmonics in PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV", *Eur. Phys. J. C* **72** (2012) 2012, 10.1140/epjc/s10052-012-2012-3, arXiv:1201.3158.
- [92] H. Drescher, F. Liu, S. Ostapchenko, T. Pierog, K. Werner, "Initial Condition for QGP Evolution from NEXUS", *Phys.Rev. C* **65** (2002) 054902, 10.1103/PhysRevC.65.054902, arXiv:hep-ph/0011219.
- [93] CMS Collaboration, "Principal Component Analysis of two-particle azimuthal correlations in PbPb and pPb collisions at CMS", (CERN Document Server, 2015).
- [94] J. Milosevic for the CMS Collaboration, "Principal Component Analysis of two-particle correlations in PbPb and pPb collisions at CMS", *Nucl. Phys. A* **956** (2016) 308, 10.1016/j.nuclphysa.2016.03.022.
- [95] L. Bravina, E. Fotina, V. Korotkikh, I. Lokhtin, L. Malinina, E. Nazarova, S. Petrushanko, A. Snigirev, E. Zabrodin, "Anisotropic flow fluctuations in hydro-inspired freeze-out model for relativistic heavy ion collisions", *Eur. Phys. J. C* **75** (2015) 588, 10.1140/epjc/s10052-015-3815-9, arXiv:1509.02692.

Додатак

А.1 Квантни бројеви

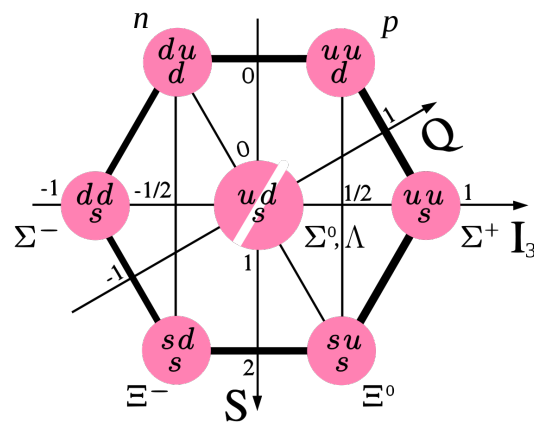
Страност:

$$S = (n_s - n_{\bar{s}}) \quad (\text{A.1})$$

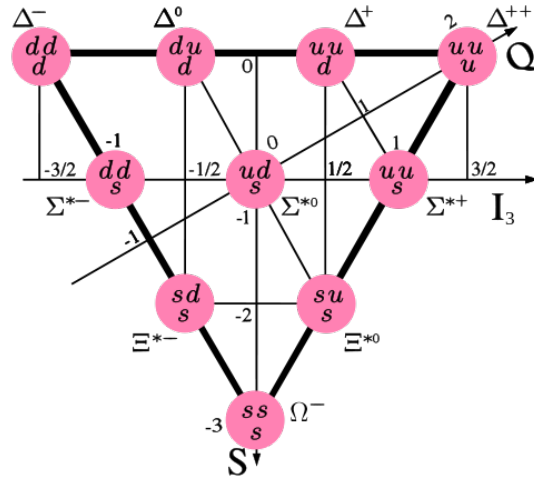
Барионски број:

$$B = \frac{1}{3}(n_q - n_{\bar{q}}) \quad (\text{A.2})$$

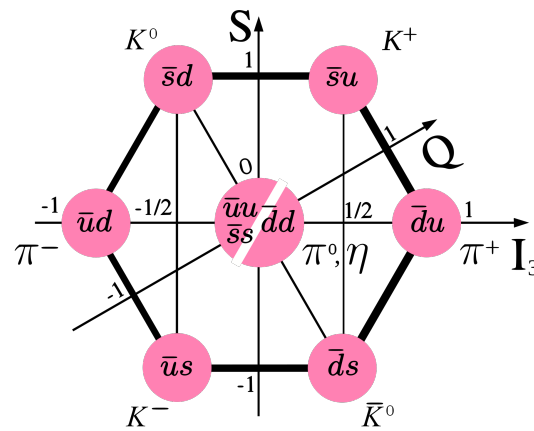
А.2 Шеме кварк модела



Слика А.1: Барион октет у основном стању.

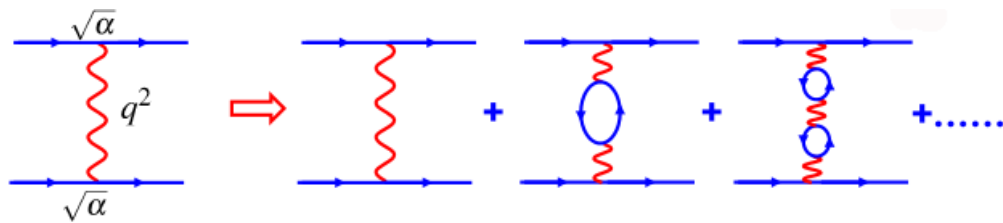


Слика А.2: Барион декуплет.

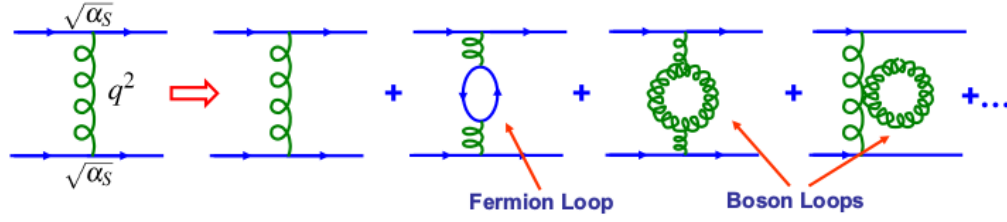


Слика А.3: Мезон октет.

А.3 Вакуумске флукуације



Слика А.4: Креација парова e^-e^+ проласком виртуалног фотона кроз вакуум.



Слика А.5: Креација кварковских и глюонских парова проласком виртуалног глюона кроз вакуум.

A.4 Gell-mann-ове матрице

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \lambda_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \lambda_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \lambda_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\lambda_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}, \lambda_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \lambda_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\lambda^a) &= 0, \\ \text{Tr}(\lambda^a \lambda^b) &= 2\delta^{ab}, \\ [\lambda^a, \lambda^b] &= 2if^{abc}\lambda^c. \end{aligned} \tag{A.3}$$

A.5 Судар снопова у систему центра масе

За систем два снопа супротних смерова, дефинисани 4-импулсима $p_1^\mu = (E_1, \vec{p}_1)$ и $p_2^\mu = (E_2, -\vec{p}_2)$, укупна инваријантна маса у систему центру масе је дата као

$$\begin{aligned} p_\mu p^\mu &= (p_1^\mu + p_2^\mu)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\ &= (E_1 + E_2)^2 \\ E_{cm}^2 &\equiv s, \end{aligned} \tag{A.4}$$

где је s стандардна ознака за квадрат укупне енергије у систему центра масе. Рачунајући десну страну горње ј-не следи

$$s = E_{cm}^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 \cdot E_2 + |\vec{p}_1| |\vec{p}_2|). \tag{A.5}$$

Додатак

Узимајући да за релативистичке сударе важи $E_{1,2} \gg m_{1,2}$ и посматрајући симетрични случај $m_1 = m_2$ следи

$$\begin{aligned} s &\simeq 4E^2, \\ \frac{\sqrt{s}}{2} &= E. \end{aligned} \tag{A.6}$$

А.6 Рапидитет као хиперболички угао

За доказ једнакости

$$\tanh^{-1} \frac{|\mathbf{p}|c}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{E + |\mathbf{p}|c}{E - |\mathbf{p}|c} \right), \quad |\mathbf{p}| = p_z, \tag{A.7}$$

може се поћи у супротном правцу, тј. од леве стране горње ј-не

$$y = \ln \sqrt{\frac{E + p_z c}{E - p_z c}} = \ln \left(\frac{E + p_z c}{\sqrt{E - p_z c} \sqrt{E + p_z c}} \right). \tag{A.8}$$

Даље, користећи релацију између енергије, масе и импулса добија се

$$y = \ln \left(\frac{E + p_z c}{\sqrt{E^2 - p_z^2 c^2}} \right) = \ln \left(\frac{E + p_z c}{M_{\perp} c^2} \right). \tag{A.9}$$

Даље, користи се дефиниција хиперболичке функције $\tanh \varphi = (e^{\varphi} - e^{-\varphi}) / (e^{\varphi} + e^{-\varphi})$

$$y = \tanh^{-1} \left(\tanh \left(\frac{E + p_z c}{M_{\perp} c^2} \right) \right) \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned} y &= \tanh^{-1} \left(\frac{\exp(\ln \frac{E+p_z c}{M_{\perp} c^2}) - \exp(-\ln \frac{E+p_z c}{M_{\perp} c^2})}{\exp(\ln \frac{E+p_z c}{M_{\perp} c^2}) + \exp(-\ln \frac{E+p_z c}{M_{\perp} c^2})} \right) \\ &= \tanh^{-1} \left(\frac{\frac{E+p_z c}{M_{\perp} c^2} - \frac{M_{\perp} c^2}{E+p_z c}}{\frac{E+p_z c}{M_{\perp} c^2} + \frac{M_{\perp} c^2}{E+p_z c}} \right) \\ &= \tanh^{-1} \left(\frac{\frac{(E+p_z c)^2 - M_{\perp}^2 c^4}{M_{\perp} c^2 (E+p_z c)}}{\frac{(E+p_z c)^2 + M_{\perp}^2 c^4}{M_{\perp} c^2 (E+p_z c)}} \right) \\ &= \tanh^{-1} \left(\frac{(E + p_z c)^2 - M_{\perp}^2 c^4}{(E + p_z c)^2 + M_{\perp}^2 c^4} \right) \\ &= \tanh^{-1} \left(\frac{2E p_z c + 2p_z^2 c^2}{2E^2 + 2E p_z c} \right) \\ &= \tanh^{-1} \frac{p_z c}{E}. \end{aligned} \tag{A.11}$$

А.7 Извођење псеудорапидитета

$$\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z c}{E - p_z c} \\
&= \frac{1}{2} \ln \frac{(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} + p_z c}{(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} - p_z c} \\
&= \frac{1}{2} \ln \frac{pc(1 + m^2 c^4/p^2 c^2)^{\frac{1}{2}} + p_z c}{pc(1 + m^2 c^4/p^2 c^2)^{\frac{1}{2}} - p_z c} \\
&\approx \frac{1}{2} \ln \frac{pc + p_z c + \frac{m^2 c^4}{2pc}}{pc - p_z c + \frac{m^2 c^4}{2pc}} \\
&\approx \frac{1}{2} \ln \frac{1 + p_z/p + \frac{m^2 c^4}{2p^2 c^2}}{1 - p_z/p + \frac{m^2 c^4}{2p^2 c^2}}
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Из $p_z/p = \cos \theta$ следи,

$$\begin{aligned}
1 + \frac{p_z}{p} &= 2 \cos^2 \theta \\
1 - \frac{p_z}{p} &= 2 \sin^2 \theta
\end{aligned} \tag{A.13}$$

Користећи последње изразе добијамо,

$$\begin{aligned}
y &\approx \frac{1}{2} \ln \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \\
y &\approx \eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}
\end{aligned} \tag{A.14}$$

А.8 Хеликс трајекторија

Динамика наелектрисане честице у магнетном пољу је одређена Lorentz-овом силом

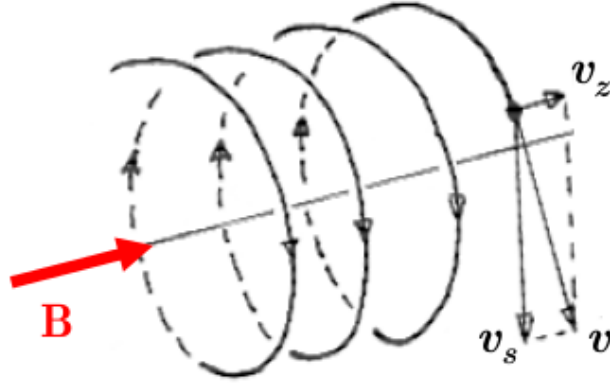
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \vec{v} \times \vec{B}. \tag{A.15}$$

Пошто Lorentz-ова силе не мења енергију честице, динамика честице се може изразити преко пређеног пута s ($dt = ds/v$), тј.

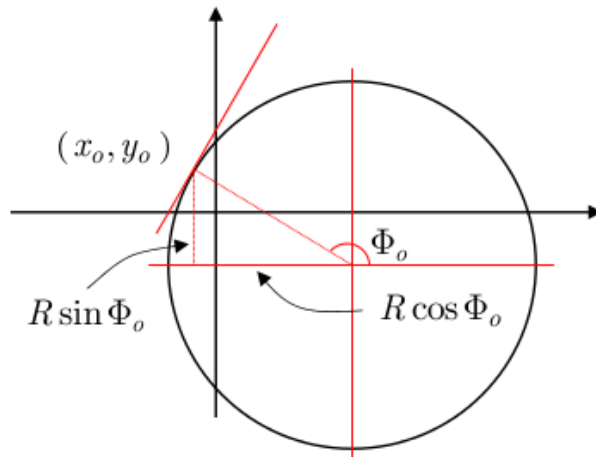
$$\frac{d^2 \vec{r}}{ds^2} = \frac{q}{p} \frac{d\vec{r}}{ds} \times \vec{B}, \tag{A.16}$$

Додатак

где је p интензитет импулса и \vec{r} радијус вектор позиције честице. За случај хомогеног магнетног поља решење ј-не (А.16) даје хеликс трајекторију чији изглед је дат на Сл. (А.9).



Слика А.6: Изглед хеликс трајекторије која настаје кретањем наелектрисане честице у хомогеном магнетном пољу.



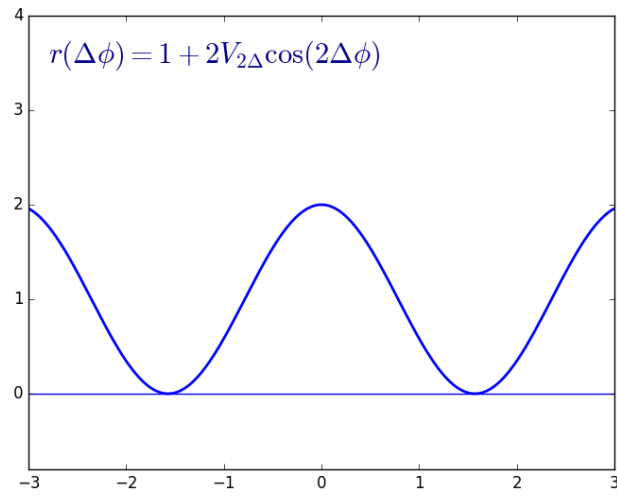
Слика А.7: Изглед хеликс трајекторије у трансверзалној x - y равни.

Једначина хеликс трајекторије из (А.16) се може параметризовати на следећи начин

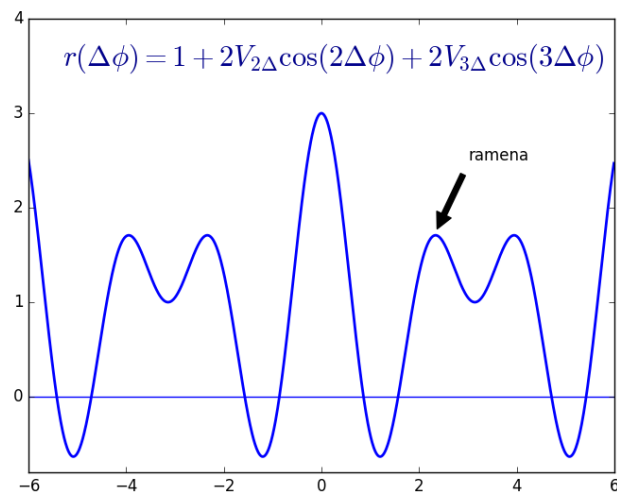
$$\begin{aligned} x(s) &= x_0 + R \left[\cos \left(\Phi_0 + \frac{hs \cos \lambda}{R} \right) - \cos \Phi_0 \right], \\ y(s) &= y_0 + R \left[\sin \left(\Phi_0 + \frac{hs \cos \lambda}{R} \right) - \sin \Phi_0 \right], \\ z(s) &= z_0 + s \sin \lambda. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Параметар закривљења се дефинише као $\kappa = \frac{1}{R}$. Трансверзални и лонгитудинални импакт параметри (d_0, z_0) представљају најмање растојање између путање (трага) честице и реконструисаног примарног вертекса, у (xy) и (rz) пројекцији.

А.9 Ефекат рамена



Слика А.8: Једноставна илустрација дво-честичне просторне анизотропије у случају елиптичког тока.



Слика А.9: Једноставна илустрација дво-честичне просторне анизотропије у случају елиптичког тока и триангуларног тока. Присуство триангуларног тока ствара ефекат рамена.

A.10 Директно рачунање хармоника

Дво-честична корелациона функција је дата као

$$\frac{1}{N_{\text{trig}}} \frac{d^2 N^{\text{pair}}}{d\Delta\eta d\Delta\phi} = B(0,0) \times \frac{S(\Delta\eta, \Delta\phi)}{B(\Delta\eta, \Delta\phi)}. \quad (\text{A.18})$$

Усредњавањем горње једнакости у области $|\Delta\eta| > 2.0$, добија се 1D-пројекција дате функције

$$(1 + 2 \sum_{n=1}^{N_{\text{max}}} V_{n\Delta} \cos n\Delta\phi) = \frac{S(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}})}{B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}})}. \quad (\text{A.19})$$

Множењем ј-не (A.19) са $\cos(n\Delta\phi) \times B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}})$ и интегрисањем по $(\Delta\phi)$ добија се

$$\begin{aligned} & \int \frac{S(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}})}{B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}})} \times B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}}) \times \cos(n\Delta\phi) d\Delta\phi = \\ & \int (1 + \sum_{n=1}^{N_{\text{max}}} 2V_{n\Delta} \cos n\Delta\phi) \times B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}}) \times \cos(n\Delta\phi) d\Delta\phi \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Следи:

$$\begin{aligned} & \int S(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}}) \times \cos(n\Delta\phi) d\Delta\phi = \\ & \int B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}}) \times \cos(n\Delta\phi) d\Delta\phi + \int 2V_{n\Delta} \cos^2(n\Delta\phi) \times B(\Delta\phi, \Delta\eta^{\text{cut}}) d\Delta\phi \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Из последње ј-не добија се $V_{n\Delta}$ вредност:

$$V_{n\Delta} = \frac{\langle\langle \cos n\Delta\phi \rangle\rangle_S - \langle\langle \cos n\Delta\phi \rangle\rangle_B}{1 + \langle\langle \cos 2n\Delta\phi \rangle\rangle_B}. \quad (\text{A.22})$$

Вредност $\langle\langle \cos 2n\Delta\phi \rangle\rangle_B$ је реда 10^{-4} чиме ј-на (A.21) конвергира према

$$\boxed{V_{n\Delta} = \langle\langle \cos n\Delta\phi \rangle\rangle_S - \langle\langle \cos n\Delta\phi \rangle\rangle_B}. \quad (\text{A.23})$$

A.11 Ексцентрицитет учесника

Ексцентрицитет учесника представља ротирани ексцентрицитет за одговарајући угао учесника Φ_n дајући нове координате (x', y') . За дати догађај, ово значи да се максимизују нове варијансе σ'_x и σ'_y . У почетном координатном систему коваријантна матрица, која описује расподелу нуклеона, дата је као

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

Додатак

где су σ_x , σ_y и σ_{xy} варијансе и коваријансе респективно. Нови координатни систем (x', y') одговара Σ матрици која је дијагонализована, што значи решавање својственог проблема $\det(\Sigma - \lambda I) = 0$. Дата једначина је полином другог реда чије решење даје две својствене вредности

$$\lambda^{\pm} = \frac{1}{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 \pm \sqrt{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right). \quad (\text{A.25})$$

Дате својствене вредности одговарају новим варијансама σ'_x и σ'_y , при чему плус решење (λ^+) одговара y оси и минус решење (λ^-) одговара x оси. На основу овога може се дефинисати ексцентрицитет учесника

$$\varepsilon_{part} = \frac{\sigma_y'^2 - \sigma_x'^2}{\sigma_y'^2 + \sigma_x'^2} = \frac{\sqrt{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2}. \quad (\text{A.26})$$

A.12 Апроксимација Pearson-овог коефицијента

Користећи развој из ј-не (7.9), до другог мода, Pearson-ов коефицијент се апроксимира као

$$r_n(p_T^a, p_T^b) = \frac{V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^b)}{\sqrt{V_{n\Delta}(p_T^a, p_T^a)V_{n\Delta}(p_T^b, p_T^b)}} \approx \frac{1 + \alpha\beta}{\sqrt{(1 + \alpha^2)(1 + \beta^2)}}, \quad (\text{A.27})$$

где је $\alpha = V_n^{(2)}(p_T^a)/V_n^{(1)}(p_T^a)$ и $\beta = V_n^{(2)}(p_T^b)/V_n^{(1)}(p_T^b)$. Узимајући да је $\alpha, \beta \ll 1$, могу се избацити степени већи од другог реда

$$\begin{aligned} r_n &\approx \frac{1 + \alpha\beta}{\sqrt{1 + \alpha^2 + \beta^2}} = \\ &(1 + \alpha\beta)(1 + \alpha^2 + \beta^2)^{-1/2} \approx \\ &(1 + \alpha\beta)\left(1 - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}\right) = \\ &1 + \alpha\beta - \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta^3 + \alpha^3\beta}{2} \approx \\ &1 + \frac{2\alpha\beta - \alpha^2 - \beta^2}{2} = \\ &1 - \frac{(\alpha - \beta)^2}{2}. \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Тиме, заменом α и β добија се коначна апроксимативна r_n вредност:

$$r_n \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{V_n^{(2)}(p_T^a)}{V_n^{(1)}(p_T^a)} - \frac{V_n^{(2)}(p_T^b)}{V_n^{(1)}(p_T^b)} \right)^2. \quad (\text{A.29})$$

Биографија и библиографија

Дамир Деветак је рођен 19.03 1981 године у Неготину, Србија. Дипломирао је на Физичком Факултету у Београду, Јуна 2007 године, на смеру теоријска и експериментална физика са просечном оценом 9.15. Дипломирао је са радом под називом "Анализа Scale-Free мреже користећи неекстензивну статистичку механику" под руководством др. Владимира Миљковића. У октобру 2012 године на Физичком Факултету уписао је докторске студије на смеру "Физика високих енергија и нуклеарна физика" под руководством др. Јована Милошевића. Тема докторске дисертације Дамира Деветака је "Ефекти флукуација почетних стања у сударима РbРb и рРb у експерименту CMS". Од Фебруара 2013 године запослен је у Институту за нуклеарне науке Винча као члан српске CMS групе. У Институту Винча, као и на експерименту CMS члан је активног националног пројекта ОИ171019 и завршеног пројекта Swiss SCOPES који је трајао у раздобљу 2014-2017 године. Унутар експеримента CMS његова научна активност је везана за релативистичке сударе тешких језгара и анализу колективних ефеката система који настају у датим сударима. Као резултат његовог истраживачког рада аутор је три научне публикације, у водећим међународним часописима, које су везане за анизотропне ефекте јако интерагујуће средине настале у сударима тешких језгара. Активан је члан CMS *flow/correlation* групе у CERN-у. Приликом различитих циклуса за прикупљање података на детектору CMS обављао је редовно сервисне послове као део контролног система за квалитет прикупљених података. Као члан експеримента CMS имао је предавања по позиву на више међународних конференција, међу којима се издваја *Quark Matter* 2014 у Немачкој и *EPS-HEP* конференција 2015 у Бечу.

Списак радова објављених у научним часописима међународног значаја из којих је проистекла докторска дисертација

1. CMS Collaboration, "Evidence for transverse-momentum- and pseudorapidity- dependent event-plane fluctuations in PbPb and pPb collisions", *Phys. Rev. C* **92** (2015) 034911, doi:10.1103/PhysRevC.92.034911, arXiv:1503.01692.
2. CMS Collaboration, "Principal-component analysis of two-particle azimuthal correlations in PbPb and pPb collisions at CMS", *Phys. Rev. C* **96** (2017) 064902, doi:10.1103/PhysRevC.96.064902, arXiv:1708.07113.
3. P. Cirkovic, D. Devetak, M. Dordevic, J. Milosevic and M. Stojanovic, "Sub-leading flow modes in PbPb collisions at 2.76 TeV from the HYDJET++ model", *CPC* **41** (2016) 7, doi:10.1088/1674-1137/41/7/074001.

Јавно доступни PAS и AN радови

1. D. Devetak, Jovan Milosevic and Wei Li, "Factorization breakdown of two-particle correlations and flow phenomena in pPb and PbPb collisions at CMS", CMS PAS-HIN-14-012, CERN-PH-EP-2015-039 (internal note HIN-14-012, analysis note AN-14-037).
2. D. Devetak, Jovan Milosevic and Wei Li, "Principal Component Analysis of two-particle azimuthal correlations in PbPb and pPb collisions at CMS", CMS PAS-HIN-15-010, CERN-PH-EP-2017-133 (internal note HIN-15-010, analysis note AN-15-092).

Радови у зборницима међународних конференција

1. D. Devetak, CMS Collaboration, "Probing initial-state fluctuations with pT-dependent event-plane angle in pPb and PbPb collisions", *Nucl. Phys. A* **931** (2014) 954, doi:10.1016/j.nuclphysa.2014.10.017, Quark Matter, Darmstadt, Germany, 19-24 May 2014.
2. D. Devetak, CMS Collaboration, "Flow and correlations results from CMS", POS EPS-HEP2015 (2015) 194, CMS-CR-2015/209. EPS-HEP 2015, Viena, Austria, 22-29 Jul. 2015.

3. D. Devetak, CMS Collaboration, "Leading and Sub-leading Flows at the LHC from the CMS", *Acta Phys. Polon. B Proc. Supp.* 9 (2016) 377, DOI: 10.5506/APhysPolBSupp.9.377, CMS-CR-2016/062 Excited QCD, Costa da Caparica, Portugal, 6-11 March 2016

Радови у зборницима домаћих конференција

1. Ј. Милошевић и Д. Деветак, "Елиптички ток наелектрисаних и страних хадрона у PbPb сударима на 158 A GeV", *XII Конгрес физичара Србије*, 28 април – 02 мај, 2013, Врњачка Бања, Србија.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Дамир Деветак

Број индекса Д-20/2012

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

ЕФЕКТИ ФЛУКТУАЦИЈА ПОЧЕТНИХ СТАЊА У СУДАРИМА РbРb и рРb У
ЕКСПЕРИМЕНТУ CMS

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, _____



Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Дамир Деветак

Број индекса Д-20/2012

Студијски програм Физика високих енергија и нуклеарна физика

Наслов рада ЕФЕКТИ ФЛУКТУАЦИЈА ПОЧЕТНИХ СТАЊА У СУДАРИМА РbРb и
pРb У ЕКСПЕРИМЕНТУ CMS

Ментор Др. Јован Милошевић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, _____



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ЕФЕКТИ ФЛУКТУАЦИЈА ПОЧЕТНИХ СТАЊА У СУДАРИМА PbPb и pPb У
ЕКСПЕРИМЕНТУ CMS

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, _____



1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.