UNIVERZITET U NOVOM SADU
Prirodno-matematički fakultet
Institut za fiziku

DIPLOMSKI RAD

Zapreminski i površinski magnoni u polubeskonačnom Hajzenbergovom feromagnetiku sa bikvadratnom interakcijom

Nađđerđ Laslo
Mentor: Dr Škrinjar Mario

Novi Sad, januar 1996.

Sadržaj

Uvod

Magnetizam i to u prvom redu feromagnetizam izaziva pažnju ljudi već vekovima. U novije doba se pojavila potreba za potpunije razumevanje mehanizma ove fizičke pojave. U tom cilju su razvijani polufenomenološki modeli koji su bili u stanju da kvalitativno objasne neke efekte magnetizma.

Savremena teorija magnetizma razmatra fero i antiferomagnetike (specijalni slučaj ferimagnetika) kao sisteme uređenih spinova. Spinovi obrazuju magnetnu kristalnu rešetku i povezani su međusobno kvantno-mehaničkim silama izmene, kojima odgovaraju izmenski potencijali $I_{\vec{i}\vec{j}}$. Detaljniji pregled osnovnih postavki ove teorije može se naći u odličnoj monografiji Matisa [1], a skraćena verzija u [2].

Problem ekscitacija u ovakvim sistemima se pojavio relativno davno, ali su novija istraživanja pokazala da standardni Hajzenbergov model nije dovoljan za tačno opisivanje sistema uređenih spinova za $S \geq 1$. Radi potpunijeg opisa ovih sistema uvodi se član bikvadratne izmene. S obzirom da već postoje radovi koji se bave problematikom porekla i uloge nehajzenbergovskih interakcija, ovde se nećemo zadržavati na tome. Za pregled ovih problema preporučujemo monografiju Nagaeva [3] kao i radove [2] i [4].

Šen i Li su u radu [5] rešavali problem magnetnih ekscitacija u Hajzenbergovom feromagnetiku sa bikvadratnom interakcijom, metodom Grinovih funkcija (GF). Taj rad ima nekoliko nedostataka (neadekvatno dekuplovanje GF na istom čvoru, kao i nedostatak analize odnosa površinskih i zapreminskih ekscitacija), koji su delom prevaziđeni u radu [6], gde je metodom jednočestičnih funkcija dobijen tačan spektar elementarnih ekscitacija na T=0K za feromagnetno uređenje polubeskonačnog kristala. Osnovni cilj ovog diplomskog rada jeste da se za isti sistem odredi kompletan spektar površinskih ekscitacija, kako za feromagnetno uređenje tako i za antiferomagnetno sa zapreminski centriranom kubnom rešetkom, i da se analizira njihov odnos sa spektrom zapreminskih ekscitacija.

U prvom poglavlju ovog rada je opisano osnovno stanje feromagnetika opisanog Hamiltonijanom koji sadrži Hajzenbergovu i bikvadratnu interakciju. Problem određivanja srednjih magnetnih dipolnih i kvadrupolnih momenata kao i faznih prelaza u aproksimaciji srednjeg polja prikazan je u drugom poglavlju. Treće poglavlje je rezervisano za rešavanje glavne problematike ovog rada, a to je problem određivanja elementarnih ekscitacija u polubeskonačnom antiferomagnetiku sa zapreminski centriranom kubnom strukturom. Pored toga je rešavan isti problem za feromagnetike sa prostom kubnom strukturom.

Na kraju su dati grafički prikazi energija elementarnih ekscitacija u sistemu, dobijenih numeričkim putem, za određene vrednosti parametara sistema, kao i analiza rezultata.

1.

Osnovno stanje sistema

Ovde ćemo analizirati osnovno stanje polubeskonačnog Hajzenbergovog feromagnetika sa bikvadratnom interakcijom u aproksimaciji srednjeg polja. Hamiltonijan sistema ima oblik [2]:

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{i},\vec{j}} I_{\vec{i}\vec{j}}\vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}} - \frac{a}{2}\sum_{\vec{i},\vec{j}} I_{\vec{i}\vec{j}}\left(\vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}}\right)^2 \tag{1.1}$$

Pri transformaciji Hamiltonijana u oblik pogodniji za analizu iskoristićemo poznate relacije za kvadrupolne momente:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 3\left\langle S_Z^2\right\rangle - S(S+1) \\ Q_2 &= S_x^2 - S_y^2 \\ Q_{\alpha\beta} &= S_\alpha S_\beta + S_\beta S_\alpha \qquad (\alpha,\beta)\rightarrow(x,y,z) \end{aligned} \tag{1.2}$$

tako da gornji izraz dobija oblik:

$$H = -\frac{1}{2}\left(1-\frac{a}{2}\right)\sum_{\vec{i},\vec{j}} I_{\vec{i}\vec{j}}\vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}} - \frac{a}{2}\sum_{\vec{i},\vec{j}} I_{\vec{i}\vec{j}}\left(\frac{1}{6}Q_{\vec{i}}^0 Q_{\vec{j}}^0 + \frac{1}{2}Q_{\vec{i}}^2 Q_{\vec{j}}^2 + \frac{1}{2}\sum_{\alpha<\beta}^{3} Q_{\vec{i}}^{\alpha\beta} Q_{\vec{j}}^{\alpha\beta}\right) \tag{1.3}$$

Velika uređenost ovakvih sistema posledica je jakog unutrašnjeg magnetnog polja koje potiče od svih molekula sistema - molekularno (ili srednje) polje. U aproksimaciji srednjeg polja (MFA), spin-spin interakcija zamenjuje se interakcijom jednog spina sa srednjim poljem koje potiče od svih ostalih spinova. Može se pokazati da je smisao MFA u zanemarivanju interakcije između fluktuacija što smo ovde i iskoristili:

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \left\langle\vec{S}\right\rangle + \left(\vec{S} - \left\langle\vec{S}\right\rangle\right) = \left\langle\vec{S}\right\rangle + \delta\vec{S} \\ \vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}} &= \left\langle\vec{S}_{\vec{i}}\right\rangle\left\langle\vec{S}_{\vec{j}}\right\rangle + \left\langle\vec{S}_{\vec{i}}\right\rangle\delta\vec{S}_{\vec{j}} + \left\langle\vec{S}_{\vec{j}}\right\rangle\delta\vec{S}_{\vec{i}} + \delta\vec{S}_{\vec{i}}\delta\vec{S}_{\vec{j}} \\ \delta\vec{S}_{\vec{i}}\delta\vec{S}_{\vec{j}} &\approx 0 \\ \vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}} &\approx -\left\langle\vec{S}_{\vec{i}}\right\rangle\left\langle\vec{S}_{\vec{j}}\right\rangle + \left\langle\vec{S}_{\vec{i}}\right\rangle\vec{S}_{\vec{j}} + \left\langle\vec{S}_{\vec{j}}\right\rangle\vec{S}_{\vec{i}} \end{aligned} \tag{1.4}$$

$$
\begin{aligned}
H_{MF} = &-\frac{1}{2}\left(1-\frac{a}{2}\right)\sum_{\bar i,\bar j} I_{\bar i\bar j}\left[\left\langle \bar S_{\bar i}\right\rangle \bar S_{\bar j} + \left\langle \bar S_{\bar j}\right\rangle \bar S_{\bar i} - \left\langle \bar S_{\bar i}\right\rangle\left\langle \bar S_{\bar j}\right\rangle\right] - \\
&-\frac{a}{2}\sum_{\bar i,\bar j} I_{\bar i\bar j}\left[\frac{1}{6}\left\langle Q^0_{\bar i}\right\rangle Q^0_{\bar j} + \frac{1}{6}\left\langle Q^0_{\bar j}\right\rangle Q^0_{\bar i} - \frac{1}{6}\left\langle Q^0_{\bar i}\right\rangle\left\langle Q^0_{\bar j}\right\rangle + \right. \\
&+\frac{1}{2}\left\langle Q^2_{\bar i}\right\rangle Q^2_{\bar j} + \frac{1}{2}\left\langle Q^2_{\bar j}\right\rangle Q^2_{\bar i} - \frac{1}{2}\left\langle Q^2_{\bar i}\right\rangle\left\langle Q^2_{\bar j}\right\rangle + \frac{1}{2}\sum_{\alpha<\beta}^{3}\left(\left\langle Q^{\alpha\beta}_{\bar i}\right\rangle Q^{\alpha\beta}_{\bar j} + \right. \\
&\left.\left. + \left\langle Q^{\alpha\beta}_{\bar j}\right\rangle Q^{\alpha\beta}_{\bar i} - \left\langle Q^{\alpha\beta}_{\bar i}\right\rangle\left\langle Q^{\alpha\beta}_{\bar j}\right\rangle\right)\right] + const.
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

Ograničimo se na slučaj tzv. izingovske simetrije:

$$
\begin{gathered}
\left\langle S^x_{\bar i}\right\rangle = \left\langle S^y_{\bar i}\right\rangle = \left\langle Q^2_{\bar i}\right\rangle = \left\langle Q^{\alpha\beta}_{\bar i}\right\rangle = 0 \\
\left\langle S^z_{\bar i}\right\rangle = \sigma_{\bar i} \qquad \left\langle Q^0_{\bar i}\right\rangle = q_{\bar i}
\end{gathered}
\tag{1.6}
$$

$$
H_{MF} = H_0 - \frac{1}{2}\left\langle H_0\right\rangle + const. \tag{1.7}
$$

$$
H_0 = -\left(1-\frac{a}{2}\right)\sum_{\bar i,\bar j} I_{\bar i\bar j}\sigma_{\bar i}S^z_{\bar j} - \frac{a}{6}\sum_{\bar i,\bar j} I_{\bar i\bar j}q_{\bar i}Q^0_{\bar j} \tag{1.8}
$$

Talasne funkcije elektrona brzo opadaju udaljavanjem od čvorova kristalne rešetke pa je njihovo prekrivanje veoma malo, tako da se u većini slučajeva uzima da je integral izmene različit od nule samo za najbliže susede.

Da bismo primenili „aproksimaciju najbližih suseda", izrazićemo Hamiltonijan po slojevima $n_z = (0, 1, \dots N_z)$.

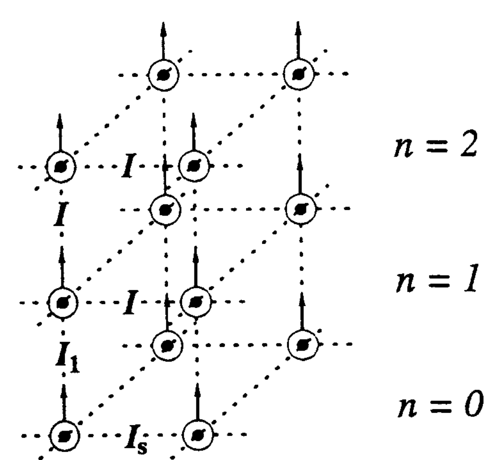
$$
H_0 = -N_{xy}\sum_{n=0}^{N_z}\left[S^z_n\overline{\mathcal{H}_n} + Q^0_n\overline{\mathcal{K}_n}\right] \tag{1.9}
$$

N_{xy} *– broj čvorova u xy - ravni*

N_z *– broj slojeva u z - pravcu*

Za prostu kubnu strukturu, srednje polje koje deluje na S^z i Q^0 (slika 1) je:

$$
\begin{aligned}
n=0 \qquad & \overline{\mathcal{H}_0} = \left(1-\frac{a}{2}\right)\left(4I_s\sigma_s + I_1\sigma_1\right) \\
n=1 \qquad & \overline{\mathcal{H}_1} = \left(1-\frac{a}{2}\right)\left(I_1\sigma_s + 4I\sigma_1 + I\sigma_2\right) \\
n\geq 2 \qquad & \overline{\mathcal{H}_n} = \left(1-\frac{a}{2}\right)I\left(\sigma_{n-1} + 4\sigma_n + \sigma_{n+1}\right) \\
& \overline{\mathcal{K}_0} = \frac{a}{6}\left(4I_s q_s + I_1 q_1\right) \\
& \overline{\mathcal{K}_1} = \frac{a}{6}\left(I_1 q_s + 4Iq_1 + Iq_2\right) \\
& \overline{\mathcal{K}_n} = \frac{a}{6}I\left(q_{n-1} + 4q_n + q_{n+1}\right)
\end{aligned}
\tag{1.10}
$$



Slika 1

$$E_0 = \langle H_{MF} \rangle_0 = \frac{1}{2} \langle H_0 \rangle_0 + const. \tag{1.11}$$

Stavimo da je na $T = 0K$: $\sigma_n = \sigma_0$; $q_n = Q_0$.
Proizvoljnim izborom nivoa osnovnog stanja dobijamo:

$$\varepsilon_0 = \frac{E_0}{N_{xy}} = -\frac{1}{2}\left[\left(1 - \frac{a}{2}\right)\sigma_0^2 + \frac{a}{6}Q_0^2\right]\ell(N_z) \tag{1.12}$$

gde je: $\ell(N_z) = 4I_s + 2I_1 + 5I + 6I(N_z - 1)$

Za sisteme sa spinom $S = 1$ sledeći analizu iz rada [4] imamo:

1° za $\sigma_0 = Q_0 = 1$ - feromagnetno uređenje spinova sa energijom:

$$\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_0^1 = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{a}{3}\right)\ell(N_z)$$

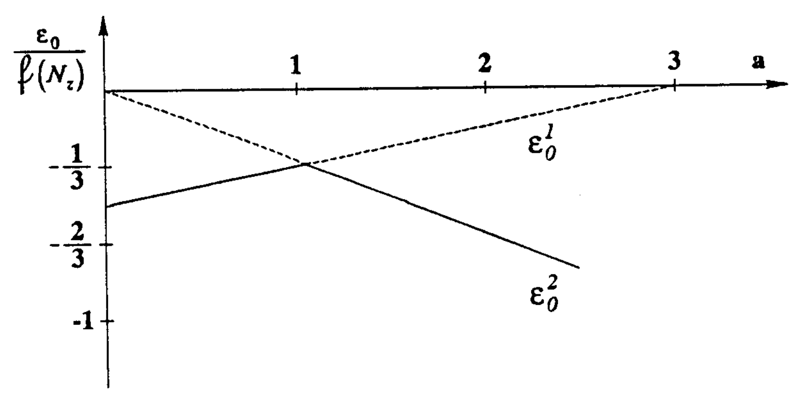
i 2° za $\sigma_0 = 0$ $Q_0 = -2$ - kvadrupolno uređenje spinova sa energijom:

$$\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_0^2 = -\frac{1}{3}a\ell(N_z)$$

Zaključujemo da će energija osnovnog stanja biti:

$$\varepsilon_0 \equiv \begin{cases} \varepsilon_0^1, & 0 \le a < 1 \\ \varepsilon_0^2, & a > 1 \end{cases}$$

Prema tome, u zavisnosti od veličine parametra bikvadratne interakcije, osnovno stanje feromagnetika odgovara feromagnetnom za $0 \le a < 1$ ili kvadrupolnom uređenju spinova za $a > 1$ (slika 2).



Slika 2

Ovaj rezultat analogan je rezultatu rada [4] za beskonačni feromagnetik. Za $a = 1$ imamo degenerisano stanje, jer istoj energiji odgovaraju i feromagnetno i kvadrupolno uređenje.

U daljem radu, magnetizaciju i elementarne ekscitacije analiziraćemo samo za feromagnetno uređenje (tj. $0 \le a < 1$).

2.

Magnetizacija u aproksimaciji molekularnog polja

U Hamiltonijan (1.1) ćemo ubaciti član koji opisuje interakciju feromagnetika sa spoljašnjim magnetnim poljem usmerenim duž z-ose.

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{i},\vec{j}} I_{\vec{i}\vec{j}}\vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}} - \frac{a}{2}\sum_{\vec{i},\vec{j}} I_{\vec{i}\vec{j}}\left(\vec{S}_{\vec{i}}\vec{S}_{\vec{j}}\right)^2 - \mu\mathcal{H}\sum_{\vec{i}} S_{\vec{i}}^z \tag{2.1}$$

U MFA Hamiltonijan postaje:

$$H_{MF} = H_0 - \mu\mathcal{H}N_{xy}\sum_{n=0}^{N_z} S_n^z - \frac{1}{2}\langle H_0\rangle + const. \tag{2.2}$$

Statistička suma sistema je:

$$Z = \left(Z_0 Z_1 \cdots Z_n \cdots Z_{N_z}\right)^{N_{xy}} \tag{2.3}$$

$$Z_n = \sum_{\ell=-1}^{1}\langle\ell| e^{-\beta\frac{H_n^{MF}}{N_{xy}}}|\ell\rangle \tag{2.4}$$

Srednji magnetni moment sloja izračunavamo po definiciji:

$$\sigma_n = \left\langle S_n^z\right\rangle = \frac{1}{Z_n}\sum_{\ell=-1}^{1}\langle\ell| e^{-\beta\frac{H_n^{MF}}{N_{xy}}} S_n^z|\ell\rangle \tag{2.5}$$

$$\sigma_n = \frac{2sh\,\beta\left(\overline{\mathcal{H}_n} + \mu\mathcal{H}\right)}{e^{-3\beta\overline{\mathcal{K}_n}} + 2ch\,\beta\left(\overline{\mathcal{H}_n} + \mu\mathcal{H}\right)} \tag{2.6}$$

Slično računamo i srednji kvadrupolni moment sloja:

$$q_n = \frac{6ch\,\beta\left(\overline{\mathcal{H}_n} + \mu\mathcal{H}\right)}{e^{-3\beta\overline{\mathcal{K}_n}} + 2ch\,\beta\left(\overline{\mathcal{H}_n} + \mu\mathcal{H}\right)} - 2 \tag{2.7}$$

Vidimo da σ_n, q_n kao i tačke faznog prelaza možemo odrediti samo numerički, rešavanjem gornjeg sistema nelinearnih jednačina.

Imajući u vidu rezultat iz prethodnog poglavlja, fazni prelazi na $T \neq 0K$ se moraju posebno analizirati za $a > 1$ i $a < 1$. Mi ćemo analizirati samo slučaj $0 < a < 1$.

Slučaj slabe bikvadratne interakcije: $0 < a < 1$

Može se uočiti iz (2.6) i (2.7) da za beskonačni obrazac (bulk) gde važi $\sigma_n \underset{n\to\infty}{\approx} \sigma$ i $q_n \underset{n\to\infty}{\approx} q$, σ i q imaju zajedničku tačku faznog prelaza.

$$\theta_c = \theta_q = \frac{2-a}{3} I(0) \tag{2.8}$$

Ovde ćemo prikazati jedno približno analitičko rešenje za tačke faznog prelaza u slučaju polubeskonačnog kristala.

Pretpostavimo da se θ_c^n malo razlikuju tako da možemo sve jednačine (2.6) razviti do prvog stepena po σ_n.

$$\begin{aligned}
n = 0 \qquad & 3\sigma_s \approx \frac{2-a}{\theta}\left[4I_s\sigma_s + I_1\sigma_1 + \frac{2\mu\mathscr{H}}{2-a}\right] \\
n = 1 \qquad & 3\sigma_1 \approx \frac{2-a}{\theta}\left[I_1\sigma_s + 4I\sigma_1 + I\sigma_2 + \frac{2\mu\mathscr{H}}{2-a}\right] \\
n \geq 2 \qquad & 3\sigma_n \approx \frac{2-a}{\theta}\left[I\sigma_{n-1} + 4I\sigma_n + I\sigma_{n+1} + \frac{2\mu\mathscr{H}}{2-a}\right]
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Ako uvedemo vektor magnetizacije i vektor magnetnog polja:

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_s \\ \sigma_1 \\ \sigma_n \\ \vdots \end{pmatrix} \qquad \vec{\mathscr{H}} = \begin{pmatrix} \mathscr{H} \\ \mathscr{H} \\ \mathscr{H} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Sistem jednačina (2.9) možemo napisati u obliku:

$$D\vec{\sigma} = \varepsilon\vec{\mathscr{H}} \qquad D = A + \alpha \tag{2.10}$$

gde je:

$$A = \begin{pmatrix} \rho & -1 & 0 & 0 & \cdots \\ -1 & \rho & -1 & 0 & \cdots \\ 0 & -1 & \rho & -1 & \cdots \\ 0 & 0 & -1 & \rho & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & 0 & 0 & \cdots \\ \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

$$\rho = \frac{3\theta}{(2-a)I} - 4 \tag{2.13}$$

$$\alpha = 4 - 4\frac{I_s}{I} \qquad \alpha_1 = 1 - \frac{I_1}{I} \qquad \varepsilon = \frac{2\mu}{(2-a)I} \tag{2.14}$$

Spontana magnetizacija postoji pri $\mathscr{H} \to 0$ ako je determinanta matrice D jednaka nuli. Zbog nemogućnosti nalaženja determinante beskonačne matrice, odredićemo singularitete matrice G.

$$\bar{\sigma} = G\varepsilon\bar{\mathscr{H}} \tag{2.15}$$

$$G = \left(\bar{I} + A^{-1}\alpha\right)^{-1} A^{-1} \tag{2.16}$$

gde je $\bar{I}$ jedinična matrica.
Matematičkom indukcijom smo izračunali elemente matrice A^{-1}:

$$\left(A^{-1}\right)_{mn} = \sum_{k=0}^{\frac{1}{2}(m+n-|m-n|)-1} x^{m+n-1-2k}; \quad |x| \le 1 \tag{2.17}$$

$$\rho = x + \frac{1}{x} \tag{2.18}$$

Može se videti da za bulk $(m,n \to \infty)$, matrica A^{-1} ima singularitet za $x = 1$. Kombinacijom (2.13) i (2.18) dobijamo bulk temperaturu faznog prelaza - Kirijevu temperaturu:

$$\theta_c = \frac{2-a}{3} I(0) \tag{2.19}$$

Da bi ispitali uticaj površina na tačku faznog prelaza, moramo odrediti matricu $\left(\bar{I}+A^{-1}\alpha\right)^{-1}$. Matricu $\bar{I} + A^{-1}\alpha$ možemo napisati u obliku:

$$\bar{I} + A^{-1}\alpha = \left(\begin{array}{cc|ccc} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 & \cdots \\ M_{21} & M_{22} & 0 & 0 & \cdots \\ \hline N_{31} & N_{32} & 1 & 0 & \cdots \\ N_{41} & N_{42} & 0 & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{array}\right) \tag{2.20}$$

gde je matrica M data kao:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\alpha X+\alpha_1 X^2 & \alpha_1 X \\ \alpha X^2+\alpha_1 X\left(X^2+1\right) & 1+\alpha_1 X \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Može se pokazati da važi sledeća relacija:

$$\left(\bar{I}+A^{-1}\alpha\right)^{-1} = \frac{1}{det\,M}\left(\begin{array}{c|c} adj\,M & \begin{matrix} 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots \end{matrix} \\ \hline -N\,adj\,M & \bar{I}\,det\,M \end{array}\right) \tag{2.22}$$

Singulariteti matrice (2.22) određuju temperaturu površinskih faznih prelaza.

$$det\,M = 1+\alpha X+\left(2\alpha_1-\alpha_1^2\right)X^2 = 0 \tag{2.23}$$

Razmotrićemo sledeći slučaj: $I_1 = I, \quad I_s \neq I$
(2.23) postaje:

$$1+\alpha X = 0 \quad \textit{što daje} \quad X_s = -\frac{1}{\alpha} \tag{2.24}$$

Kombinujući (2.24), (2.18) i (2.13) dobijamo temperaturu površinskog faznog prelaza:

$$\theta_c^s = \frac{16\,\varepsilon(\varepsilon-1)+1}{24(\varepsilon-1)}\cdot\frac{2-a}{3}I(0) \tag{2.25}$$

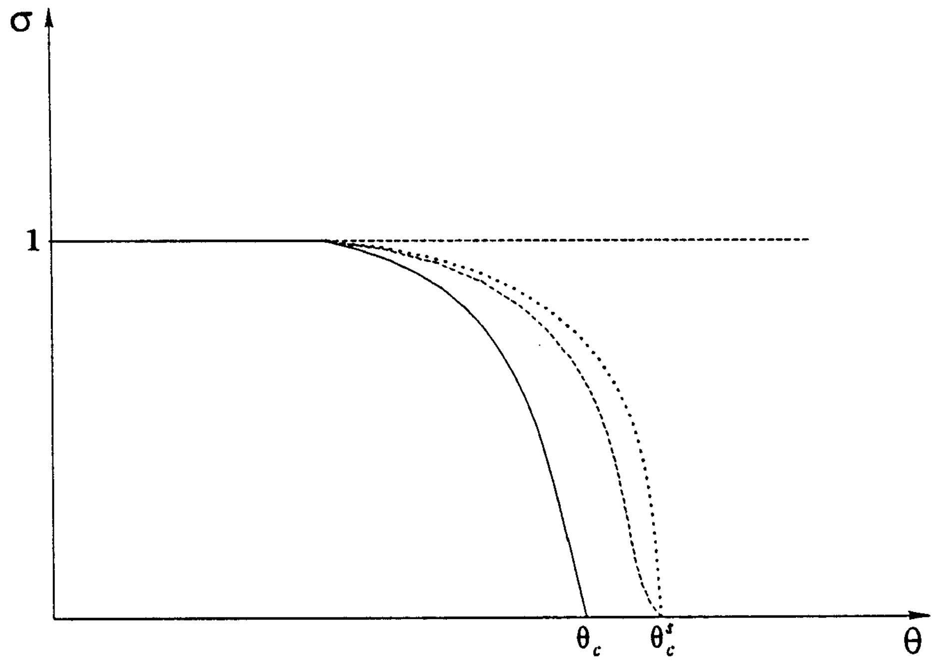
gde je: $\varepsilon = \frac{I_s}{I}$

Analiziranjem (2.25) i upoređujući sa (2.19) nalazimo:

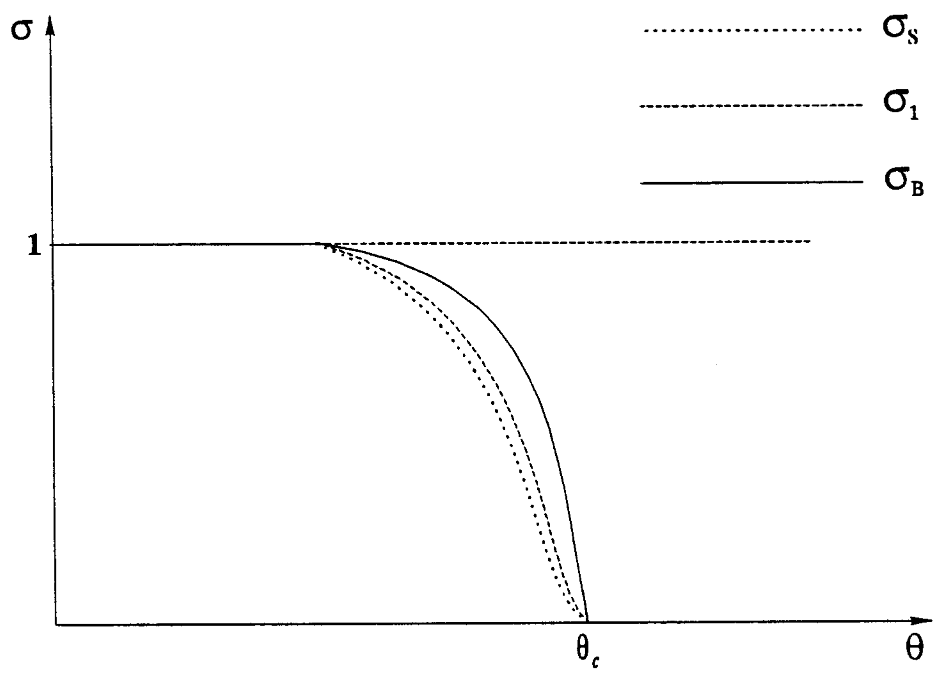
$$\begin{aligned} &a) \quad za \quad I_s > \frac{5}{4}I, \quad \theta_c^s > \theta_c \\ &b) \quad za \quad I_s \leq \frac{5}{4}I, \quad \theta_c^s = \theta_c \end{aligned} \tag{2.26}$$

Dakle, pri $I_s > \frac{5}{4}I$ postojaće dve tačke faznog prelaza. Ovo omogućava da na temperaturama višim od θ_c postoji feromagnetno uređenje na površini a paramagnetno unutar kristala. Za $I_s \leq \frac{5}{4}I$ postoji samo jedna tačka faznog prelaza za ceo kristal jer je tada $|X_s| \geq 1$ te postoji samo singularitet matrice A^{-1}.

Gornje rezultate prikazaćemo grafički za proizvoljno izabrane parametre, tj. daćemo samo kvalitativne zavisnosti magnetizacija od temperature. Grafik na slici 3 se odnosi na slučaj $I_s > \frac{5}{4}I$, a na slici 4 za $I_s \leq \frac{5}{4}I$.



Slika 3



Slika 4

3.

Elementarne ekscitacije u sistemu na T=0 K za S=1. Metod jednačina kretanja

a) Slučaj feromagnetnog osnovnog stanja

Zadatak ovog dela rada je ispitivanje magnetnih pobuđenja u feromagnetiku proste kubne strukture, opisanim Hamiltonijanom koji pored Hajzenbergove izmene sadrži članove bikvadratne izmene i jednojonske anizotropije.

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{\bar{i},\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}} \vec{S}_{\bar{i}} \vec{S}_{\bar{j}} - \frac{a}{2}\sum_{\bar{i},\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}} \left(\vec{S}_{\bar{i}} \vec{S}_{\bar{j}}\right)^2 - \sum_{\bar{i}} D_{\bar{i}} \left(\vec{S}_{\bar{i}}\right)^2 \tag{3.1}$$

Transformacijom Hamiltonijana u oblik pogodniji za račun, koristeći poznate komutatore dobijamo:

$$\begin{aligned} H = & -\frac{1}{2}\sum_{\bar{i},\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}}\left[S_{\bar{i}}^{+} S_{\bar{j}}^{-} + \left(1-\frac{a}{2}\right) S_{\bar{i}}^{z} S_{\bar{j}}^{z}\right] - \\ & -\frac{a}{2}\sum_{\bar{i},\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}}\left[\frac{3}{2}\left(S_{\bar{i}}^{z}\right)^2\left(S_{\bar{j}}^{z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(S_{\bar{i}}^{-}\right)^2\left(S_{\bar{j}}^{+}\right)^2 + S_{\bar{i}}^{+} S_{\bar{i}}^{z} S_{\bar{j}}^{-} S_{\bar{j}}^{z} + S_{\bar{i}}^{z} S_{\bar{i}}^{+} S_{\bar{j}}^{z} S_{\bar{j}}^{-}\right] - \\ & -\sum_{\bar{i}}\left[D_{\bar{i}} - \frac{a}{2} S(S+1)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}}\right]\left(S_{\bar{i}}^{z}\right)^2 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Za izračunavanje magnetnih ekscitacija koristimo metod jednačina kretanja. Jednačina kretanja za operator $S_{\bar{m}}^{+}$ je:

$$i\hbar \frac{dS_{\bar{m}}^{+}}{dt} = \left[S_{\bar{m}}^{+}, H\right] \tag{3.3}$$

Izračunavanjem gornjeg komutatora dobija se sistem jednačina:

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{dS^+_{\vec m}}{dt} &= \sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m}\left(1-\frac{a}{2}\right)\left(S^z_{\vec j}S^+_{\vec m} - S^z_{\vec m}S^+_{\vec j}\right) + \\
&+\frac{a}{2}\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m}\Big[Q^0_{\vec j}\left(S^+_{\vec m}S^z_{\vec m} + S^z_{\vec m}S^+_{\vec m}\right) - Q^0_{\vec m}\left(S^+_{\vec j}S^z_{\vec j} + S^z_{\vec j}S^+_{\vec j}\right) + \\
&+\left(S^+_{\vec m}\right)^2\left(S^-_{\vec j}S^z_{\vec j} + S^z_{\vec j}S^-_{\vec j}\right) - \left(S^+_{\vec j}\right)^2\left(S^z_{\vec m}S^-_{\vec m} + S^-_{\vec m}S^z_{\vec m}\right)\Big] + \\
&+D_{\vec m}\left(S^z_{\vec m}S^+_{\vec m} + S^+_{\vec m}S^z_{\vec m}\right)
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

Primenićemo aproksimaciju haotičnih faza (RPA) koja se ovde sastoji u dekuplovanju proizvoda spinskih operatora, gde se svako S^z zamenjuje srednjom vrednošću.

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{dS^+_{\vec m}}{dt} &= \sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m}\left(1-\frac{a}{2}\right)\left(\langle S^z_{\vec j}\rangle S^+_{\vec m} - \langle S^z_{\vec m}\rangle S^+_{\vec j}\right) + \frac{a}{2}\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m}\Big[\langle Q^0_{\vec j}\rangle\left(S^z_{\vec m}S^+_{\vec m} + S^+_{\vec m}S^z_{\vec m}\right) - \\
&-\langle Q^0_{\vec m}\rangle\left(S^+_{\vec j}S^z_{\vec j} + S^z_{\vec j}S^+_{\vec j}\right)\Big] + D_{\vec m}\left(S^z_{\vec m}S^+_{\vec m} + S^+_{\vec m}S^z_{\vec m}\right) \\
&\langle S^+_{\vec m}\rangle = \langle S^-_{\vec m}\rangle = 0 \qquad \langle S^z_{\vec m}S^+_{\vec m} + S^+_{\vec m}S^z_{\vec m}\rangle \approx 0 \\
&\langle Q^0_{\vec m}\rangle = 3S^2 - S(S+1) = S(2S-1)
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

Dekuplovanje na istom čvoru se vrši Blohovom aproksimacijom - prelazak sa spinskih na Boze operatore, pri čemu komutacione relacije ostaju iste.

Na niskim temperaturama je: $\langle S^z\rangle \approx S$, tako da važi aproksimacija:

$$S^-_{\vec m} \approx \sqrt{2S}a^+_{\vec m} \qquad S^+_{\vec m} \approx \sqrt{2S}a_{\vec m}$$

$$S^z_{\vec m} \approx S - a^+_{\vec m}a_{\vec m}$$

Za proizvod operatora na istom čvoru sada dobijamo:

$$
\begin{aligned}
S^+_{\vec m}S^z_{\vec m} + S^z_{\vec m}S^+_{\vec m} &\approx \sqrt{2S}\left(a_{\vec m}\left(S - a^+_{\vec m}a_{\vec m}\right) + \left(S - a^+_{\vec m}a_{\vec m}\right)a_{\vec m}\right) \approx \\
&\approx \sqrt{2S}(2S-1)a_{\vec m} = (2S-1)S^+_{\vec m}
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

Primenom (3.6) na sistem jednačina (3.5) dobijamo:

$$i\hbar\frac{dS^+_{\vec m}}{dt} = S\alpha(a)\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m}S^+_{\vec m} - S\alpha(a)\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m}S^+_{\vec j} + (2S-1)D_{\vec m}S^+_{\vec m} \tag{3.7}$$

gde smo označili: $\alpha(a) = 1 + 2Sa(S-1)$ (3.8)

Prelaskom na energetsku reprezentaciju Furije transformacijom:

$$S^+_{\vec m}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S^+_{\vec m}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega \qquad E = \hbar\omega \tag{3.9}$$

sistem (3.7) dobija oblik:

$$\left[E - S\alpha(a)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}} - (2S-1)D_{\bar{m}}\right] S^{+}_{\bar{m}}(\omega) + S\alpha(a)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}} S^{+}_{\bar{j}}(\omega) = 0 \qquad (3.10)$$

Furije transformacija u dvodimenzionalnom $\bar{k}_{II}$ prostoru ima oblik:

$$\begin{aligned} S^{+}_{\bar{m}}(\omega) &= \frac{1}{N_1 N_2}\sum_{\bar{k}_{II}} e^{i\bar{k}_{II}\bar{\rho}} U_n\left(\bar{k}_{II},\omega\right) \qquad n = 0,1,2,\ldots \\ \bar{k}_{II} &= \left(k_x, k_y, 0\right) \qquad \bar{m} = \left(\bar{\rho}, na_0\right) \end{aligned} \qquad (3.11)$$

Kada je primenimo na (3.10) dobijamo sledeći sistem jednačina za $U_n\left(\bar{k}_{II},\omega\right)$:

$$\begin{aligned} n = 0 \qquad & \rho_s U_0\left(\bar{k}_{II},\omega\right) + U_1\left(\bar{k}_{II},\omega\right) = 0 \\ n \geq 1 \qquad & \rho U_n\left(\bar{k}_{II},\omega\right) + U_{n+1}\left(\bar{k}_{II},\omega\right) + U_{n-1}\left(\bar{k}_{II},\omega\right) = 0 \end{aligned} \qquad (3.12)$$

gde je:

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{E - (2S-1)D_s - S\alpha(a)\left[I_s(0) - I_s\left(\bar{k}_{II}\right)\right]}{I S\alpha(a)} \\ \rho &= \frac{E - (2S-1)D - S\alpha(a)\left[I(0) - I\left(\bar{k}_{II}\right)\right]}{I S\alpha(a)} \end{aligned} \qquad (3.13)$$

Za prostu kubnu strukturu važi:

$$\begin{aligned} I_s(0) &= 4I_s + I \qquad & I_s\left(\bar{k}_{II}\right) &= 2I_s v_{\bar{k}} \\ I(0) &= 6I \qquad & I\left(\bar{k}_{II}\right) &= 2I v_{\bar{k}} \\ & & v_{\bar{k}} = \cos k_x a_0 &+ \cos k_y a_0 \end{aligned} \qquad (3.14)$$

Rešenje za $U_n\left(\bar{k}_{II},\omega\right)$ možemo tražiti u obliku:

$$U_n\left(\bar{k}_{II},\omega\right) = U\left(\bar{k}_{II},\omega\right) e^{i\lambda a_0 n} \qquad (3.15)$$

Razlikujemo sledeće slučajeve:

1° $\quad \lambda = k_z \in R$

$$U_n\left(\bar{k}_{II},\omega\right) = U\left(\bar{k}_{II},\omega\right) e^{ik_z a_0 n} \qquad (3.16)$$

Vidimo da amplituda spinskog talasa ostaje konstantna (ne zavisi od *n*), tj. rešenje $\lambda = k_z$ nam daje zapreminske spinske talase.

Iz druge jednačine sistema (3.12) primenom (3.16) dobijamo:

$$\rho = \rho_b = -2\cos k_z a_0 \qquad -\pi \le k_z a_0 \le \pi$$

Kombinacijom (3.13) dobijamo izraz za energiju zapreminskih talasa.

$$E = E^B = (2S-1)D + S\alpha(a)\left[I(0) - I(\vec{k})\right] \tag{3.17}$$

gde je:

$$I(\vec{k}) = 2I\left(\cos k_x a_0 + \cos k_y a_0 + \cos k_z a_0\right) \tag{3.18}$$

2° $\lambda = \alpha + i\eta \in C$

U ovom slučaju ρ postaje:

$$\rho = \rho_s = -2\cos(\alpha a_0 + i\eta a_0) = -2\left[\cos\alpha\, a_0\, ch\,\eta a_0 - i\sin\alpha\, a_0\, sh\,\eta a_0\right] \tag{3.19}$$

Pošto je ρ realno, mora biti $\sin \alpha a_0 = 0$, tj.

$$\alpha a_0 = n\pi \qquad n = 0,1,2,\ldots \tag{3.20}$$

Dovoljno je uzeti $n = 0$, 1 jer ostale vrednosti samo reprodukuju rezultate dobijene upotrebom ovih vrednosti za n.

η mora biti veće od nule, u suprotnom amplituda talasa eksponencijalno raste (može postati beskonačna) kada n raste, što je fizički besmisleno.

Razmotrimo posebno slučajeve $\alpha = 0$ i $\alpha = \dfrac{\pi}{a_0}$

a) $\alpha = 0$

$$U_n(\vec{k}_{II}, \omega) = U(\vec{k}_{II}, \omega)e^{-\eta a_0 n} \tag{3.21}$$

Vidimo da amplituda talasa opada eksponencijalno sa dubinom kristala, zbog toga ih nazivamo površinskim talasima. Faza ne zavisi od n što znači da svi spinovi precesiraju u fazi. To su površinski akustični talasi.

Iz (3.12) sledi:

$$\rho_s^{ak} = -2\,ch\,\eta a_0$$

Energija površinskih akustičnih talasa je:

$$E_s^{ak}(\vec{k}_{II}, \eta) = (2S-1)D + S\alpha(a)\left[I(0) - I(\vec{k}_{II}) - 2I\,ch\,\eta a_0\right] \tag{3.22}$$

Vidimo da je: $E_s^{ak} \le E_B$

b) $\alpha a_0 = \pi$

$$U_n(\vec{k}_{II}, \omega) = U(\vec{k}_{II}, \omega)(-1)^n e^{-\eta a_0 n} \tag{3.23}$$

Ovde se takođe radi o površinskim talasima s tim što je u ovom slučaju precesija spinova defazovana od sloja do sloja za 180° - pripadaju tzv. optičkoj grani površinskih talasa.

Iz (3.12) sledi: $\rho_s^{opt} = 2ch\,\eta a_0$

Energija površinskih optičkih talasa je:

$$E_s^{opt}(\vec{k}_{II},\eta) = (2S-1)D + S\alpha(a)\left[I(0) - I(\vec{k}_{II}) - 2I\,ch\,\eta a_0\right] \tag{3.24}$$

i uvek važi relacija $E_s^{opt} \geq E_B$.

Da bi lakše analizirali oblast definisanosti površinskih ekscitacija (odnosno parametra $\eta > 0$), uvedimo veličinu $x = e^{i\lambda a_0}$.

$$\begin{aligned} &1^\circ \quad \textit{za akustične grane:} \quad x = e^{-\eta a_0}; \quad 0 < x < 1 \\ &2^\circ \quad \textit{za optičke grane:} \quad x = -e^{-\eta a_0}; \quad -1 < x < 0 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Upotrebom gornje smene i sistema (3.12) dobijamo:

$$\rho = -\left(x + \frac{1}{x}\right) \tag{3.26}$$

Koristeći izraze (3.13) sledi:

$$\rho_s = \rho + \frac{(2S-1)(D-D_s) + S\alpha(a)\left[I(0) - I_s(0) - I(\vec{k}_{II}) + I_s(\vec{k}_{II})\right]}{I\,S\,\alpha(a)} \tag{3.27}$$

Gornja jednačina zajedno sa graničnim uslovom (3.12) (za $n = 0$) u slučaju površinskih ekscitacija $(|x| < 1)$ postaje:

$$x\alpha_{00} - 1 = 0 \qquad x = \frac{1}{\alpha_{00}} \tag{3.28}$$

gde je:

$$\alpha_{00} = \frac{(2S-1)(D-D_s) + S\alpha(a)\left[I(0) - I_s(0) - I(\vec{k}_{II}) + I_s(\vec{k}_{II})\right]}{I\,S\,\alpha(a)}$$

Uslovi (3.25) koristeći (3.28) postaju:

1° *za akustične magnone:*

$$(2S-1)(D-D_s) + 2S\alpha(a)(I-I_s)(2-\nu_{\vec{k}}) > 0 \tag{3.29}$$

2° *za optičke magnone:*

$$(2S-1)(D-D_s) + 2S\alpha(a)(I-I_s)(2-\nu_{\vec{k}}) < -2IS\alpha(a) \tag{3.30}$$

Menjanjem parametara sistema analiziraćemo kada su navedeni uslovi ispunjeni.

1. $D = D_S$

$a)$ $I = I_S$ Postoje samo zapreminski magnoni.
$b)$ $I > I_S$ Pošto važi: $-2 \le v_{\bar{k}} \le 2$ postoje samo površinski akustični magnoni.
$c)$ $I < I_S$ Pojavljuju se samo površinski optički magnoni, ali samo ako je ispunjeno:

$$v_{\bar{k}} < 2 - \frac{I}{I_S - I}$$

Ovo će biti zadovoljeno ako je $I_S > \frac{5}{4} I$ što je u saglasnosti sa rezultatom (2.26) dobijenim pri analizi površinskih faznih prelaza.

2. $D > D_S$

$a)$ $I \ge I_S$ Postoje samo površinski akustični magnoni.
$b)$ $I < I_S$ Površinski magnoni postoje samo kada su ispunjeni uslovi:

za akustične:
$$v_{\bar{k}}^{ak} > 2 - \frac{(2S-1)(D-D_S)}{2S\alpha(a)(I_S - I)}$$

odnosno za optičke magnone:
$$v_{\bar{k}}^{opt} < 2 - \frac{(2S-1)(D-D_S)}{2S\alpha(a)(I_S - I)} - \frac{I}{I_S - I}$$

3. $D < D_S$

$a)$ $I = I_S$ Postoje samo površinski optički magnoni ako je ispunjeno:

$$D_S - D > \frac{2S\alpha(a)}{2S-1} I$$

$b)$ $I > I_S$ Postoje površinski magnoni ako su ispunjeni uslovi:

za akustične:
$$v_{\bar{k}}^{ak} < 2 - \frac{(2S-1)(D_S - D)}{2S\alpha(a)(I - I_S)}$$

odnosno za optičke magnone:
$$v_{\bar{k}}^{opt} > 2 - \frac{(2S-1)(D_S - D)}{2S\alpha(a)(I - I_S)} + \frac{I}{I - I_S}$$

c) $I < I_S$ Postoje samo površinski optički magnoni ako važi:

$$\nu_{\bar{k}} < 2 - \frac{I}{I_S - I} + \frac{(2S-1)(D_S - D)}{2S\alpha(a)(I_S - I)}$$

Pošto je interval za $\nu_{\bar{k}}$: $-2 \le \nu_{\bar{k}} \le 2$ vidimo da će optički magnoni postojati u celoj oblasti ako važi:

$$D_S - D \le \frac{2S\alpha(a)}{2S-1} I$$

Uporedimo energije elementarnih ekscitacija (3.17), (3.22) i (3.24). Energiju zapreminskih talasa možemo napisati kao:

$$E^B = (2S-1)D + 2IS\alpha(a)\left[3 - \cos k_z a_0 - \nu_{\bar{k}}\right], \text{ odakle:}$$

1° za $k_z a_0 = 0$ dobijamo energiju dna (bottom) zapreminskog kontinuuma:

$$E^B = \varepsilon_{bott} = (2S-1)D + 2IS\alpha(a)\left[2 - \nu_{\bar{k}}\right]$$

2° za $k_z a_0 = \pi$ dobijamo energiju vrha (top) zapreminskog kontinuuma:

$$E^B = \varepsilon_{top} = (2S-1)D + 2IS\alpha(a)\left[4 - \nu_{\bar{k}}\right]$$

Sada energije površinskih talasa možemo predstaviti kao:

$$E_S^{ak} = \varepsilon_{bott} - 2IS\alpha(a)\left[ch\,\eta a_0 - 1\right]$$
$$E_S^{opt} = \varepsilon_{top} + 2IS\alpha(a)\left[ch\,\eta a_0 - 1\right]$$

Iz ovoga možemo zaključiti da se energija površinskih akustičnih magnona nalazi uvek ispod dna, a optičkih magnona iznad vrha kontinuuma energije zapreminskih magnona u oblastima gde je $\eta > 0$. U četvrtom poglavlja nacrtaćemo i analizirati kvalitativne grafike na osnovu gornjih rezultata, za različite parametre sistema.

b) Slučaj antiferomagnetnog osnovnog stanja

U ovom delu rada ćemo ispitati magnetna pobuđenja u antiferomagnetiku zapreminski centrirane kubne strukture. Hamiltonijan za opis ovog sistema sadrži članove Hajzenbergove i bikvadratne izmene i član jednojonske anizotropije koji smo uveli i kod analize feromagnetika jer je on gotovo uvek prisutan kada i bikvadratni član.

Karakteristika antiferomagnetika je negativna vrednost integrala izmene $\left(I_{\bar{i}\bar{j}} < 0\right)$ po čemu se ovaj Hamiltonijan i razlikuje od (3.1). Radi potpunije analize uzeli smo u obzir i interakciju spinova sa spoljašnjim magnetnim poljem usmerenim duž z-ose.

$$H = \frac{1}{2}\sum_{\bar{i},\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}} \vec{S}_{\bar{i}} \vec{S}_{\bar{j}} + \frac{a}{2}\sum_{\bar{i},\bar{j}} I_{\bar{i}\bar{j}} \left(\vec{S}_{\bar{i}} \vec{S}_{\bar{j}}\right)^2 - \sum_{\bar{i}} D_{\bar{i}} \left(\vec{S}_{\bar{i}}\right)^2 - \mu\mathscr{H}\sum_{\bar{i}} S_{\bar{i}}^z - \omega_A^{\pm}\sum_{\bar{i}} S_{\bar{i}}^z \quad (3.31)$$

Poslednji član opisuje uticaj površinske anizotropije koji je značajan za antiferomagnetike.

Jednačina kretanja za operator $S_{\bar{m}}^{+}$ je:

$$i\hbar\frac{dS_{\bar{m}}^{+}}{dt}=\left[S_{\bar{m}}^{+},H\right] \tag{3.32}$$

Izračunavanjem se dobija:

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{dS_{\bar{m}}^{+}}{dt} &= -\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}}\left(1-\frac{a}{2}\right)\left(S_{\bar{j}}^{z}S_{\bar{m}}^{+}-S_{\bar{m}}^{z}S_{\bar{j}}^{+}\right)-\frac{a}{2}\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}}\Big[Q_{\bar{j}}^{0}\left(S_{\bar{m}}^{+}S_{\bar{m}}^{z}+S_{\bar{m}}^{z}S_{\bar{m}}^{+}\right)- \\ &-Q_{\bar{m}}^{0}\left(S_{\bar{j}}^{+}S_{\bar{j}}^{z}+S_{\bar{j}}^{z}S_{\bar{j}}^{+}\right)+\left(S_{\bar{m}}^{+}\right)^{2}\left(S_{\bar{j}}^{-}S_{\bar{j}}^{z}+S_{\bar{j}}^{z}S_{\bar{j}}^{-}\right)+\left(S_{\bar{j}}^{+}\right)^{2}\left(S_{\bar{m}}^{-}S_{\bar{m}}^{z}+S_{\bar{m}}^{z}S_{\bar{m}}^{-}\right)\Big]+ \\ &+\left(\mu\mathscr{H}+\omega_{A}^{\pm}\right)S_{\bar{m}}^{+}+D_{\bar{m}}\left(S_{\bar{m}}^{+}S_{\bar{m}}^{z}+S_{\bar{m}}^{z}S_{\bar{m}}^{+}\right) \end{aligned} \tag{3.33}$$

Negativna vrednost integrala izmene primorava spinove na međusobnu antiparalelnu orijentaciju. Zbog toga kristalnu rešetku antiferomagnetika delimo na dve podrešetke (a,b) pri čemu na $T=0K$ važi:

$$\left\langle S_{\bar{i}}^{za}\right\rangle=-\left\langle S_{\bar{i}}^{zb}\right\rangle=S \tag{3.34}$$

Procedura primene aproksimacija je slična kao kod feromagnetika s tim što je ovde potrebno dekuplovati proizvode spinskih operatora posebno za obe podrešetke:

$$\begin{aligned} \left(S_{\bar{m}}^{+}S_{\bar{m}}^{z}+S_{\bar{m}}^{z}S_{\bar{m}}^{+}\right)^{(a)} &\approx (2S-1)S_{\bar{m}}^{+a} \\ \left(S_{\bar{m}}^{+}S_{\bar{m}}^{z}+S_{\bar{m}}^{z}S_{\bar{m}}^{+}\right)^{(b)} &\approx (-2S+1)S_{\bar{m}}^{+b} \end{aligned} \tag{3.35}$$

Sistem jednačina (3.35) postaje:

$$i\hbar\frac{dS_{\bar{m}}^{+a}}{dt}=\alpha_{S}(a)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}}S_{\bar{m}}^{+a}+\left[D_{\bar{m}}(2S-1)+\omega_{a}\right]S_{\bar{m}}^{+a}+\alpha_{S}(a)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}}S_{\bar{j}}^{+b} \tag{3.36}$$

$$i\hbar\frac{dS_{\bar{m}}^{+b}}{dt}=-\alpha_{S}(a)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}}S_{\bar{m}}^{+b}+\left[-D_{\bar{m}}(2S-1)+\omega_{b}\right]S_{\bar{m}}^{+b}-\alpha_{S}(a)\sum_{\bar{j}} I_{\bar{j}\bar{m}}S_{\bar{j}}^{+a} \tag{3.37}$$

gde smo označili:

$$\alpha_{S}(a)=S\left[1-a-2Sa(S-1)\right] \qquad \omega_{a/b}=\mu\mathscr{H}\pm\omega_{A} \tag{3.38}$$

Pomoću Furije transformacije:

$$S_{\bar{m}}^{+}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} S_{\bar{m}}^{+}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega \qquad E=\hbar\omega \tag{3.39}$$

jednačine (3.36) i (3.37) dobijaju oblik:

$$\begin{aligned} ES^{+a}_{\vec m}(\omega) &= \alpha_S(a)\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m} S^{+a}_{\vec m}(\omega) + \\ &+\left[D_{\vec m}(2S-1)+\omega_a\right]S^{+a}_{\vec m}(\omega) + \alpha_S(a)\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m} S^{+b}_{\vec j}(\omega) \end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned} ES^{+b}_{\vec m}(\omega) &= -\alpha_S(a)\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m} S^{+b}_{\vec m}(\omega) + \\ &+\left[-D_{\vec m}(2S-1)+\omega_b\right]S^{+b}_{\vec m}(\omega) - \alpha_S(a)\sum_{\vec j} I_{\vec j\vec m} S^{+a}_{\vec j}(\omega) \end{aligned} \tag{3.41}$$

Furije transformacija u dvodimenzionom $\vec k_{II}$ prostoru ima oblik:

$$\begin{aligned} S^{+a,b}_{\vec m} &= \frac{1}{N_1N_2}\sum_{\vec k_{II}} e^{i\vec k_{II}\vec\rho}\,U^{a,b}_n\left(\vec k_{II},\omega\right) \\ \vec k_{II} &= \left(k_x,k_y,o\right) \qquad \vec m = \left(\vec\rho, na_0\right) \end{aligned} \tag{3.42}$$

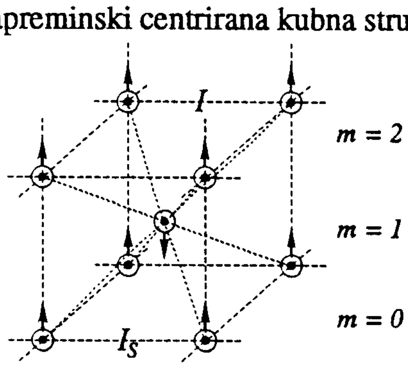
Kada je primenimo na (3.40) i (3.41) dobijamo sledeći sistem jednačina za $U^{a,b}_n\left(\vec k_{II},\omega\right)$:

$$\begin{aligned} n=0 \quad EU^a_0(\vec k_{II},\omega) &= \left[(2S-1)D_S+\mu\mathscr{H}+\omega_A+I_S(0)\alpha_S(a)\right]U^a_0(\vec k_{II},\omega) + \\ &+ I_S\nu_{\vec k}\alpha_S(a)U^b_1(\vec k_{II},\omega) \\ n=1 \quad EU^b_1(\vec k_{II},\omega) &= \left[-(2S-1)D_b+\mu\mathscr{H}-\omega_A-I_1(0)\alpha_S(a)\right]U^b_1(\vec k_{II},\omega) - \\ &- \alpha_S(a)\nu_{\vec k}\left[I_SU^a_0(\vec k_{II},\omega)+IU^a_2(\vec k_{II},\omega)\right] \end{aligned} \tag{3.43}$$

$n \geq 2$ ($n = 2m$; $m \geq 1$)

$$\begin{aligned} EU^a_{2m}(\vec k_{II},\omega) &= \left[(2S-1)D_a+\mu\mathscr{H}+\omega_A+\alpha_S(a)I(0)\right]U^a_{2m}(\vec k_{II},\omega) + \\ &+ I\alpha_S(a)\nu_{\vec k}\left[U^b_{2m-1}(\vec k_{II},\omega)+U^b_{2m+1}(\vec k_{II},\omega)\right] \\ EU^b_{2m+1}(\vec k_{II},\omega) &= \left[-(2S-1)D_b+\mu\mathscr{H}-\omega_A-\alpha_S(a)I(0)\right]U^b_{2m+1}(\vec k_{II},\omega) - \\ &- I\alpha_S(a)\nu_{\vec k}\left[U^a_{2m}(\vec k_{II},\omega)+U^a_{2m+2}(\vec k_{II},\omega)\right] \end{aligned} \tag{3.44}$$

Zapreminski centrirana kubna struktura:



Slika 5

$$\begin{aligned} I_S(0) &= 4I_S \\ I_1(0) &= 4(I_S+I) \\ I(0) &= 8I \\ \nu_{\vec k} &= 4\cos\frac{k_xa_0}{2}\cos\frac{k_ya_0}{2} \end{aligned} \tag{3.45}$$

U zavisnosti od veličine parametara sistema, sistemi jednačina (3.43) i (3.44) mogu imati rešenja u obliku zapreminskih odnosno površinskih magnona.

Rešenje tražimo u obliku:

$$\begin{aligned} &U_n^a(\vec{k}_{II},\omega)=U_{2m}^a(\vec{k}_{II},\omega)=U^a(\vec{k}_{II},\omega)e^{i\lambda a_0 m}\\ &U_{n\pm1}^b(\vec{k}_{II},\omega)=U_{2m\pm1}^b(\vec{k}_{II},\omega)=U^b(\vec{k}_{II},\omega)e^{i\lambda a_0\left(m\pm\frac{1}{2}\right)}\\ &m=0,\ 1,\ 2,\ldots \end{aligned} \tag{3.46}$$

Kao i u analizi ekscitacija u feromagnetiku i ovde razlikujemo tri situacije:

1° $\lambda = k_z \in R$ – zapreminske ekscitacije

2° $\lambda = i\eta,\ \eta > 0$ – akustične površinske ekscitacije

3° $\lambda = \frac{\pi}{a_0} + i\eta,\ \eta > 0$ – optičke površinske ekscitacije

Na osnovu (3.46) možemo napisati:

$$\begin{aligned} &U_{2m-1}^b(\vec{k}_{II},\omega)+U_{2m+1}^b(\vec{k}_{II},\omega)=U^b(\vec{k}_{II},\omega)e^{i\lambda a_0 m}2\cos\frac{\lambda a_0}{2}\\ &U_{2m}^a(\vec{k}_{II},\omega)+U_{2m+2}^a(\vec{k}_{II},\omega)=U^a(\vec{k}_{II},\omega)e^{i\lambda a_0\left(m+\frac{1}{2}\right)}2\cos\frac{\lambda a_0}{2} \end{aligned} \tag{3.47}$$

Zamenom (3.47) u sistem (3.44) dobijamo sistem homogenih jednačina za $U^a\left(\vec{k}_{II},\omega\right)$ i $U^b\left(\vec{k}_{II},\omega\right)$:

$$\begin{aligned} &\left[E-(2S-1)D_a-\omega_a-\alpha_S(a)I(0)\right]U^a\left(\vec{k}_{II},\omega\right)-2I\alpha_S(a)\nu_{\vec{k}}\cos\frac{\lambda a_0}{2}U^b\left(\vec{k}_{II},\omega\right)=0\\ &2I\alpha_S(a)\nu_{\vec{k}}\cos\frac{\lambda a_0}{2}U^a\left(\vec{k}_{II},\omega\right)+\left[E+(2S-1)D_b-\omega_b+\alpha_S(a)I(0)\right]U^b\left(\vec{k}_{II},\omega\right)=0 \end{aligned} \tag{3.48}$$

Sistem (3.48) ima rešenje za $U^a\left(\vec{k}_{II},\omega\right)$ i $U^b\left(\vec{k}_{II},\omega\right)$ samo kada je determinanta sistema jednaka nuli:

$$\begin{aligned} &\left[E-(2S-1)D_a-\omega_a-\alpha_S(a)I(0)\right]\left[E+(2S-1)D_b-\omega_b+\alpha_S(a)I(0)\right]+\\ &+4I^2\alpha_S^{\,2}(a)\nu_{\vec{k}}^{\,2}\cos^2\frac{\lambda a_0}{2}=0 \end{aligned} \tag{3.49}$$

odnosno:

$$(E-\Omega_a)(E-\Omega_b)+4I^2\alpha_S^{\,2}(a)\nu_{\vec{k}}^{\,2}\cos^2\frac{\lambda a_0}{2}=0 \tag{3.50}$$

gde je:

$$\Omega_a = (2S-1)D_a + \omega_a + \alpha_S(a)I(0)$$
$$\Omega_b = -(2S-1)D_b + \omega_b - \alpha_S(a)I(0) \qquad (3.51)$$

$$E_{1,2} = \frac{(2S-1)(D_a - D_b)}{2} + \mu\mathcal{H} \pm$$
$$\pm\sqrt{\left[\omega_A + \frac{(2S-1)(D_a + D_b)}{2} + I(0)\alpha_S(a)\right]^2 - 4I^2\alpha_S{}^2(a)\nu_{\vec{k}}{}^2 \cos^2\frac{\lambda a_0}{2}} \qquad (3.52)$$

1° Zapreminske ekscitacije

$$\lambda = k_z \Rightarrow 2I\nu_{\vec{k}} \cos\frac{\lambda a_0}{2} = I(0)\gamma(\vec{k})$$

gde je:

$$\gamma(\vec{k}) = \cos\frac{k_x a_0}{2} \cos\frac{k_y a_0}{2} \cos\frac{k_z a_0}{2} \qquad (3.53)$$

Sada je energija zapreminskih magnona data:

$$E^B_{1,2} = \frac{(2S-1)(D_a - D_b)}{2} + \mu\mathcal{H} \pm$$
$$\pm\sqrt{\left[\omega_A + \frac{(2S-1)(D_a + D_b)}{2} + I(0)\alpha_S(a)\right]^2 - \alpha_S{}^2(a)I^2(0)\gamma^2(\vec{k})} \qquad (3.54)$$

Treba napomenuti da zapreminske ekscitacije postoje samo ako je diskriminanta od (3.54) veća ili jednaka nuli.

2° Površinske ekscitacije

a) akustične magnonske grane: $\lambda = i\eta$

Energija površinskih - akustičnih magnona na osnovu (3.52) je:

$$E^{ak}_{1,2} = \frac{(2S-1)(D_a - D_b)}{2} + \mu\mathcal{H} \pm$$
$$\pm\sqrt{\left[\omega_A + \frac{(2S-1)(D_a + D_b)}{2} + I(0)\alpha_S(a)\right]^2 - 4I^2\alpha_S{}^2(a)\nu_{\vec{k}}{}^2 ch^2\frac{\eta a_0}{2}} \qquad (3.55)$$

b) optičke magnonske grane: $\lambda = \frac{\pi}{a_0} + i\eta$

$$\cos\frac{a_0}{2}\left(\frac{\pi}{a_0} + i\eta\right) = i\, sh\frac{a_0\eta}{2}$$

Kombinacijom gornje relacije sa (3.52) dobijamo energiju površinskih optičkih magnona.

$$E_{1,2}^{opt}=\frac{(2S-1)(D_a-D_b)}{2}+\mu\mathcal{H}\pm$$
$$\pm\sqrt{\left[\omega_A+\frac{(2S-1)(D_a+D_b)}{2}+I(0)\alpha_S(a)\right]^2+4I^2\alpha_S^{\,2}(a)v_{\bar{k}}^{\,2}sh^2\frac{\eta a_0}{2}} \tag{3.56}$$

Možemo uporediti energije površinskih i zapreminskih magnona.

$$\varepsilon_{1,2bott}^{B}=E_{1,2}^{B}(k_z=0)=\frac{(2S-1)(D_a-D_b)}{2}+\mu\mathcal{H}\pm$$
$$\pm\sqrt{\left[\omega_A+\frac{(2S-1)(D_a+D_b)}{2}+I(0)\alpha_S(a)\right]^2-4I^2\alpha_S^{\,2}(a)v_{\bar{k}}^{\,2}} \tag{3.57}$$

$$\varepsilon_{1,2top}^{B}=E_{1,2}^{B}\left(k_z=\pm\frac{\pi}{a_0}\right)=\frac{(2S-1)(D_a-D_b)}{2}+\mu\mathcal{H}\pm$$
$$\left|\omega_A+\frac{(2S-1)(D_a+D_b)}{2}+I(0)\alpha_S(a)\right| \tag{3.58}$$

Vidimo da je:

$$\left|E_{1,2}^{ak}\right|\le\left|\varepsilon_{1,2bott}^{B}\right| \qquad \left|E_{1,2}^{opt}\right|\ge\left|\varepsilon_{1,2top}^{B}\right|$$

Da bi napravili grafički prikaz površinskih ekscitacija u zavisnosti od parametara sistema nedostaje nam informacija o veličini koeficijenta prigušenja površinskih stanja η.

Zbog toga moramo simultano rešavati sisteme jednačina (3.43) i (3.44):

$$\begin{aligned}&\left[(E-\Omega_a^S)(E-\Omega_b^1)+\alpha_S^{\,2}(a)v_{\bar{k}}^{\,2}I_S^{\,2}\right]U_0^a=-\alpha_S^{\,2}(a)v_{\bar{k}}^{\,2}I\,I_SU_2^a\\&\left[(E-\Omega_a)(E-\Omega_b)+2\alpha_S^{\,2}(a)I^2v_{\bar{k}}^{\,2}\right]U_{2m}^a=-\alpha_S^{\,2}I^2v_{\bar{k}}^{\,2}\left(U_{2m+2}^a+U_{2m-2}^a\right)\end{aligned} \tag{3.59}$$

gde je:

$$\begin{aligned}\Omega_a^S&=(2S-1)D_S+\omega_a+\alpha_S(a)I_S(0)\\\Omega_b^1&=-(2S-1)D_b+\omega_b-\alpha_S(a)I_1(0)\end{aligned} \tag{3.60}$$

Ω_a i Ω_b su dati sa (3.51)
Koristimo rešenje (3.46) i dobijamo:

$$\begin{aligned}&(E-\Omega_a^S)(E-\Omega_b^1)+\alpha_S^{\,2}(a)I^2v_{\bar{k}}^{\,2}\varepsilon\left(\varepsilon+\frac{1}{x}\right)=0\\&(E-\Omega_a)(E-\Omega_b)+\alpha_S^{\,2}(a)I^2v_{\bar{k}}^{\,2}\left(2+x+\frac{1}{x}\right)=0\end{aligned} \tag{3.61}$$

gde je: $\varepsilon = \frac{I_S}{I}$ $\quad x = e^{-i\lambda a_0}$

1° za akustične magnone: $x = e^{\eta a_0} > 1$

2° za optičke magnone: $x = -e^{\eta a_0} < -1$

Iz sistema (3.61) možemo odrediti energije elementarnih ekscitacija samo numeričkim putem.
Međutim, sistem se može analitički rešiti u nekim specijalnim slučajevima, recimo $I_s=I$ ili $I_s=2I$ i sl.
naprimer: $I_s=I$ što daje $\Omega_b = \Omega_b^I$.

Rešavanjem sistema (3.61) nalazimo eksplicitan izraz za energiju elementarnih ekscitacija antiferomagnetika sa zapreminski centriranom kubnom strukturom:

$$E_{1,2} = \frac{\Omega_a^S + \Omega_b}{2} - \frac{\alpha_S^{\,2}(a) I^2 v_{\vec{k}}^{\,2}}{2\left(\Omega_a^S - \Omega_a\right)} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2}\left[\left(\Omega_b - \Omega_a^S\right)^2 - \frac{2\alpha_S^{\,2}(a)\left(\Omega_a^S + \Omega_b - 2\Omega_a\right) I^2 v_{\vec{k}}^{\,2}}{\Omega_a^S - \Omega_a} + \frac{\alpha_S^{\,4}(a) I^4 v_{\vec{k}}^{\,4}}{\left(\Omega_a^S - \Omega_a\right)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

4.

Analiza dobijenih rezultata

Rezultate kvalitativnih analiza i numeričkih izračunavanja najpogodnije je prikazati grafički tako što ćemo zakone disperzije zapreminskih i površinskih ekscitacija, za date vrednosti parametara sistema, prikazati na istoj slici.

Prva četiri grafika predstavljaju kvalitativne prikaze zavisnosti energija pobuđenja od veličine $(2-\nu_{\vec{k}})$ u dvodimenzionalnoj Briluenovoj zoni za feromagnetik sa prostom kubnom strukturom. Možemo uočiti da se u zavisnosti od odnosa parametara sistema mogu pojaviti sledeći slučajevi:

a) za $I > I_S$ i $D \geq D_S$ ili $I = I_S$ i $D > D_S$ javljaju se samo akustični magnoni (slika 6)
b) za $I < I_S$ i $D \leq D_S$ ili $I = I_S$ i $D < D_S$ javljaju se samo optički magnoni (slika 7)
c) za $I > I_S$ i $D < D_S$ ili $I < I_S$ i $D > D_S$ javljaju se akustični i optički magnoni ali u različitim oblastima Briluenove zone (slike 8 i 9).

Ostali grafici, koji se odnose na antiferomagnetik sa zapreminski centriranom kubnom strukturom dobijeni su numeričkim putem za slučaj tzv. slobodne površine $I = I_S$, $\varepsilon = 1$. U cilju povećanja univerzalnosti prikaza, crtali smo bezdimenzione veličine E/I u funkciji $(1-\bar{\nu})$, gde je $\bar{\nu} = \frac{1}{4}\nu_{\vec{k}}$. Stanja zapreminskih pobuđenja čine kontinuum, zbog toga se na grafiku crtaju dno - *bottom* i vrh - *top* kontinuuma energije, koje odgovaraju ekstremnim vrednostima člana $\cos\frac{k_z a_0}{2}$.

Pošto smo se ograničili samo na analizu slučaja tzv. slobodne površine, na graficima će se pored energija dva bulk kontinuuma koje su simetrične, pojaviti i dve akustične površinske grane koje su nesimetrične u odnosu na nulu. Eksperimentalno će se uvek registrovati grana sa nižom energijom (po apsolutnoj vrednosti), ali mi ćemo na graficima prikazati obe grane.

U radu [5] su takođe analizirane elementarne ekscitacije za feromagnet i ferimagnet (antiferomagnet) sa istim hamiltonijanom, ali se rezultati delimično razlikuju od naših s obzirom da su autori napravili neke greške u dekuplovanju GF. Pored toga na graficima nisu prikazali odnos zapreminskih i površinskih ekscitacija, tako da je teško zaključiti u kojim oblastima dvodimenzione Briluenove zone postoji preklapanje tih grana.

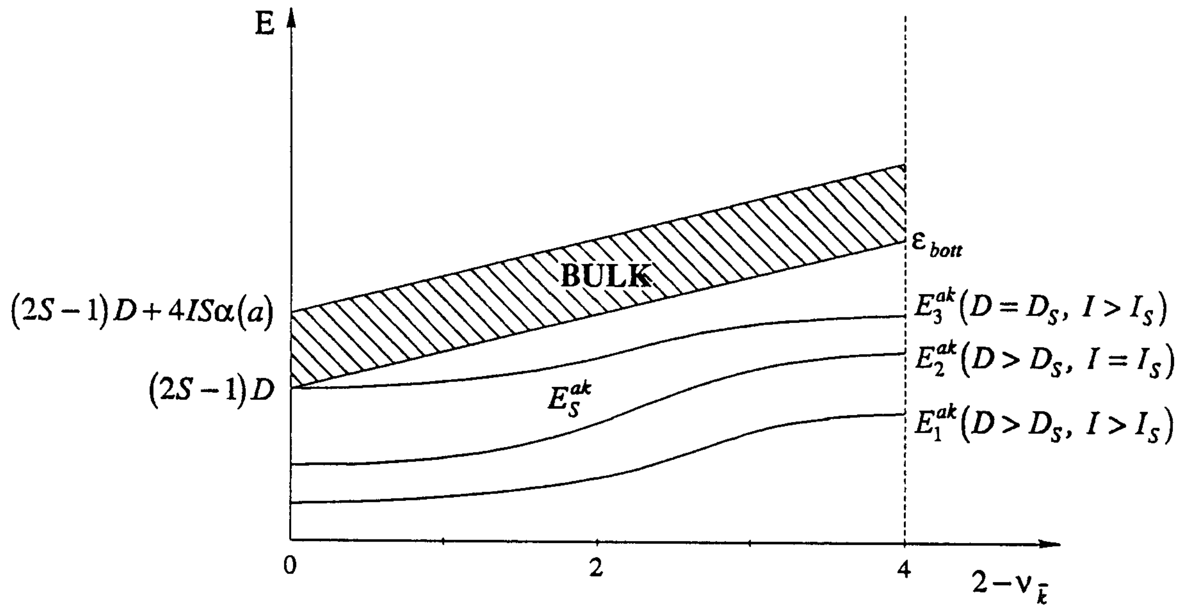
Pošto je zadatak ovog rada bio da se ispita uticaj bikvadratne interakcije na energetski spektar sistema, analiziraćemo neke karakteristične slučajeve. Za S = 1,5 u slučaju: $D_S/I = 0$, $D/I = 0$, $a = 0$ (slika $10a$) gornja akustična grana počinje od nule, postoji u celoj dvodimenzionoj Briluenovoj zoni i ima, po apsolutnoj vrednosti, nižu energiju od donje akustične grane. Ovaj rezultat je u saglasnosti sa rezultatom rada [7], što možemo smatrati kao test ispravnosti našeg prilaza. Povećanjem parametra bikvadratne interakcije „a" do kritične vrednosti a_c, koja se definiše relacijom $\alpha_S(a_c) = 0$, (u našem slučaju za spin $S = 1{,}5$ dobija se $a_c = 0{,}4$) energija akustičnih magnona se smanjuje, pri čemu se donja akustična grana sve više približava bulk kontinuumu. Povećanjem parametra „a" iznad njene kritične vrednosti a_c energija akustičnih magnona se povećava, pri čemu donja akustična grana, postaje grana sa nižom energijom dok se gornja akustična grana približava bulk kontinuumu. U slučajevima kada je $D/I \neq 0$ i $D_S/I \neq 0$ (slike 11, 12 i 13) vidi se da postoji slična zavisnost energije akustičnih površinskih magnona od parametra „a". Posebno je međutim interesantna pojava konzistentnih progresivnih talasa pri kritičnoj vrednosti parametra bikvadratne interakcije $a = a_c$. U ovom slučaju važi relacija $\alpha_S(a) = 0$ i član koji daje zavisnost energije pobuđenja od talasnog vektora - otpada (slike 12c i 13c). Ovo naravno važi samo u aproksimaciji najbližih suseda. Kada bismo u analizi hamiltonijana uzeli u obzir i sledeće susede, tada ne bi dobili konzistentne progresivne talase za $a = a_c$ jer bi energija, makar slabije, zavisila od talasnog vektora.

Ovakvu zavisnost energije akustičnih magnona od parametra bikvadratne interakcije možemo protumačiti kao zavisnost smera precesije vektora spina od parametra „a", pri čemu na kritičnoj vrednosti ovog parametra dolazi do promene smera precesije vektora spina.

Treba uočiti da u slučajevima kada je $D/I \neq 0$ i $D_S/I \neq 0$, pri vrednostima parametra bikvadratne interakcije većim od kritične a_c, akustični magnoni ne postoje pri malim vrednostima talasnog vektora (tj. u dugotalasnoj oblasti) (slike 11c,d; 12d,e; i 13d,e).

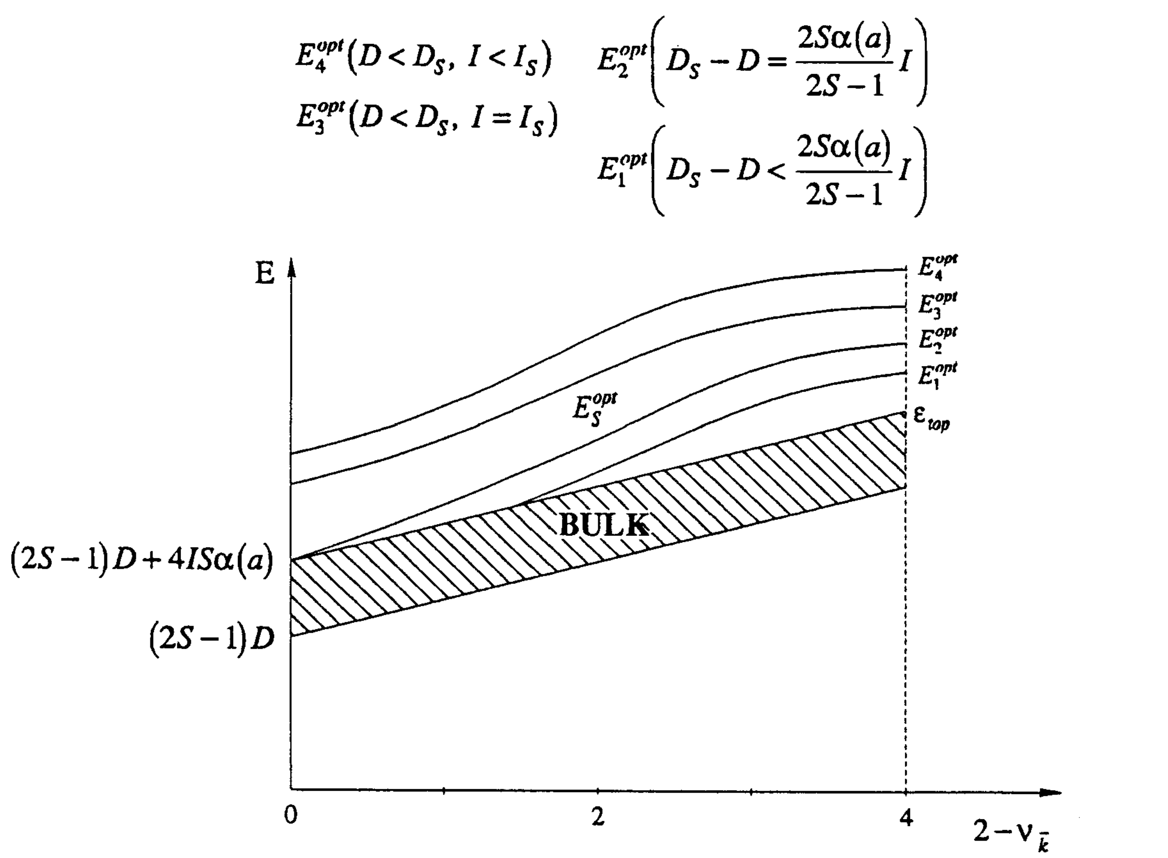
Analiza odnosa zapreminskih i površinskih ekscitacija antiferomagnetika sa zapreminski centriranom kubnom strukturom može se proširiti i na slučaj $I \neq I_S$, ali zbog obimne numerike ovde nije urađena. Možemo samo napomenuti da bi se za $I_S > I$ pojavile i optičke grane površinskih magnona $(E_S > E_{bulk})$, kao i u slučaju $a = 0$ iz rada [7] ili u slučaju: $D_S/I = 2$, $D/I = 1$ i $a = 0{,}4$ iz ovoga rada (slika 13c), ali bi analiza zavisnosti energije od parametara a, D i D_S sigurno dala mnogo interesantnije rezultate.

Samo akustični magnoni

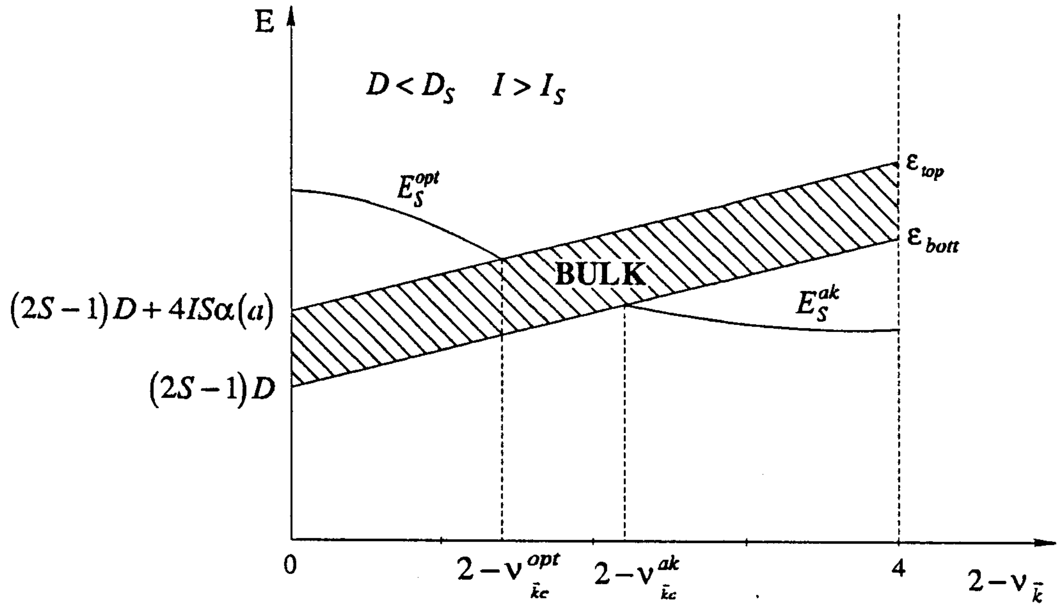


Slika 6

Samo optički magnoni

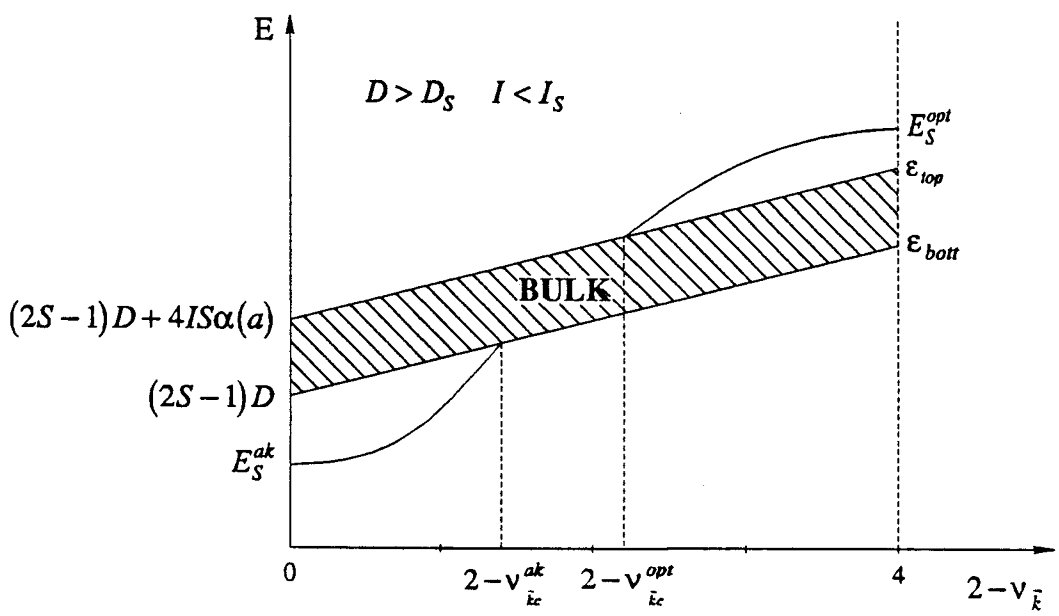


Slika 7

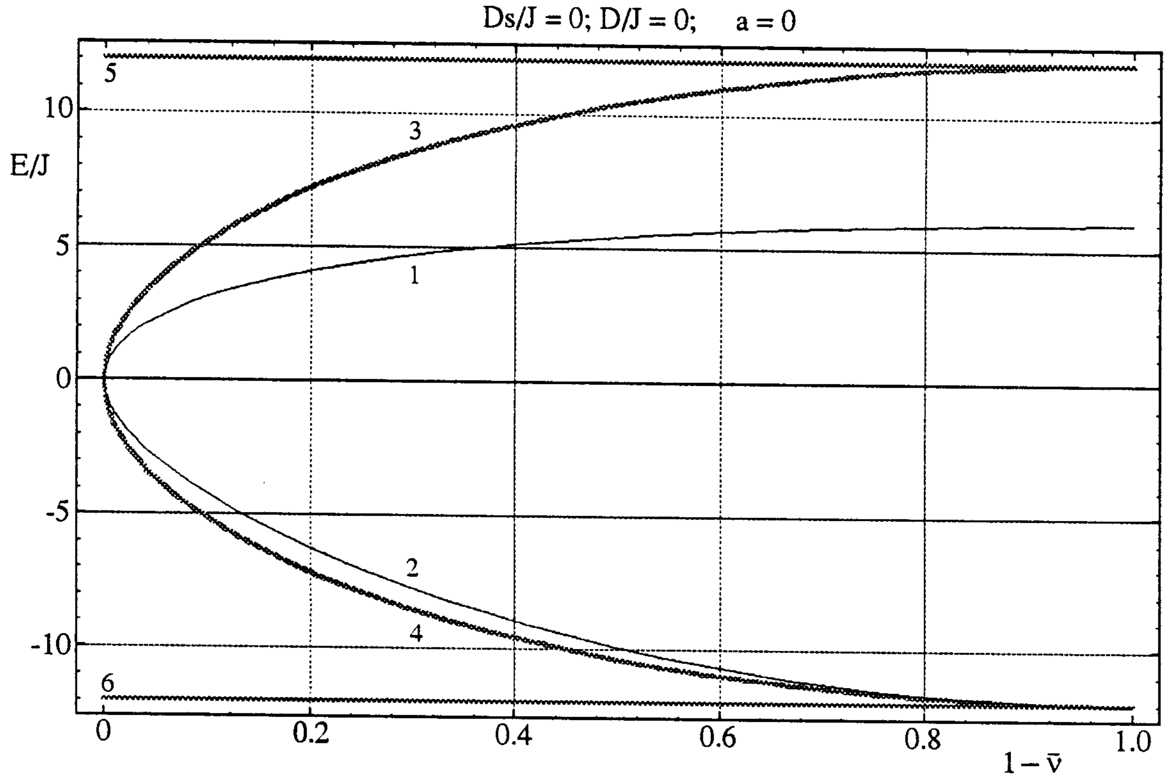


Slika 8

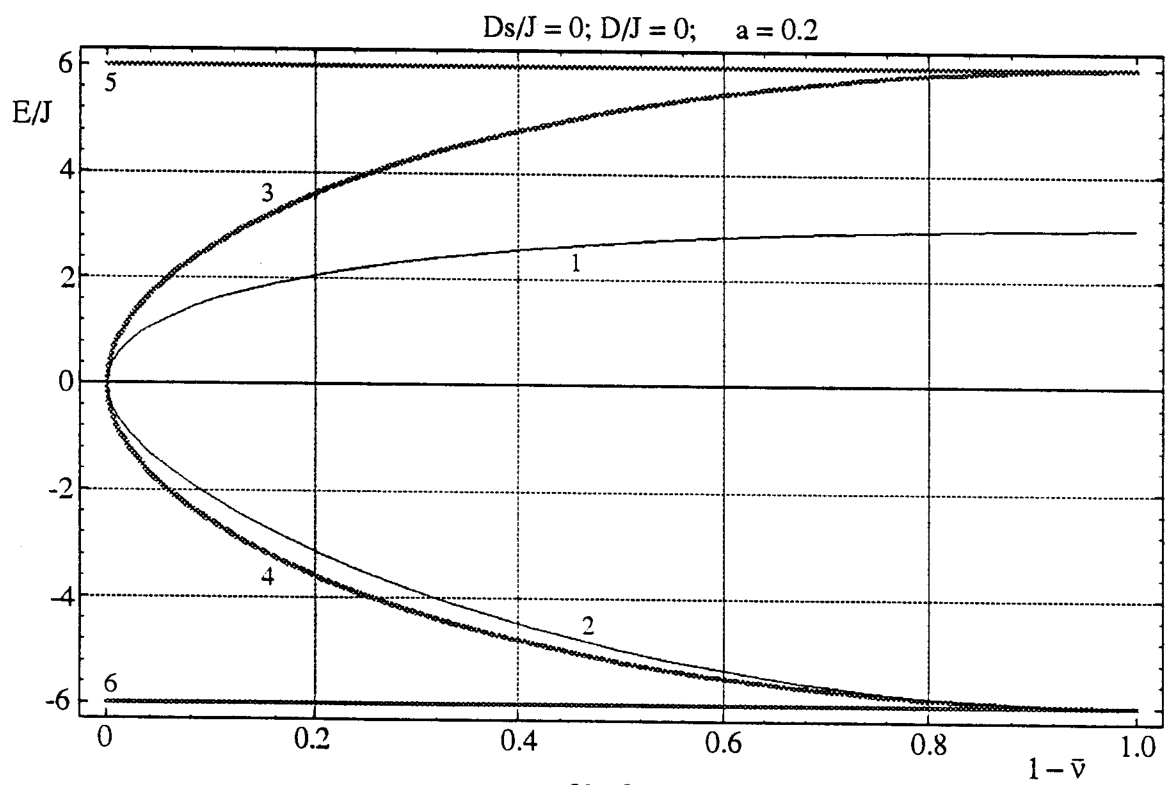
Akustični i optički magnoni



Slika 9

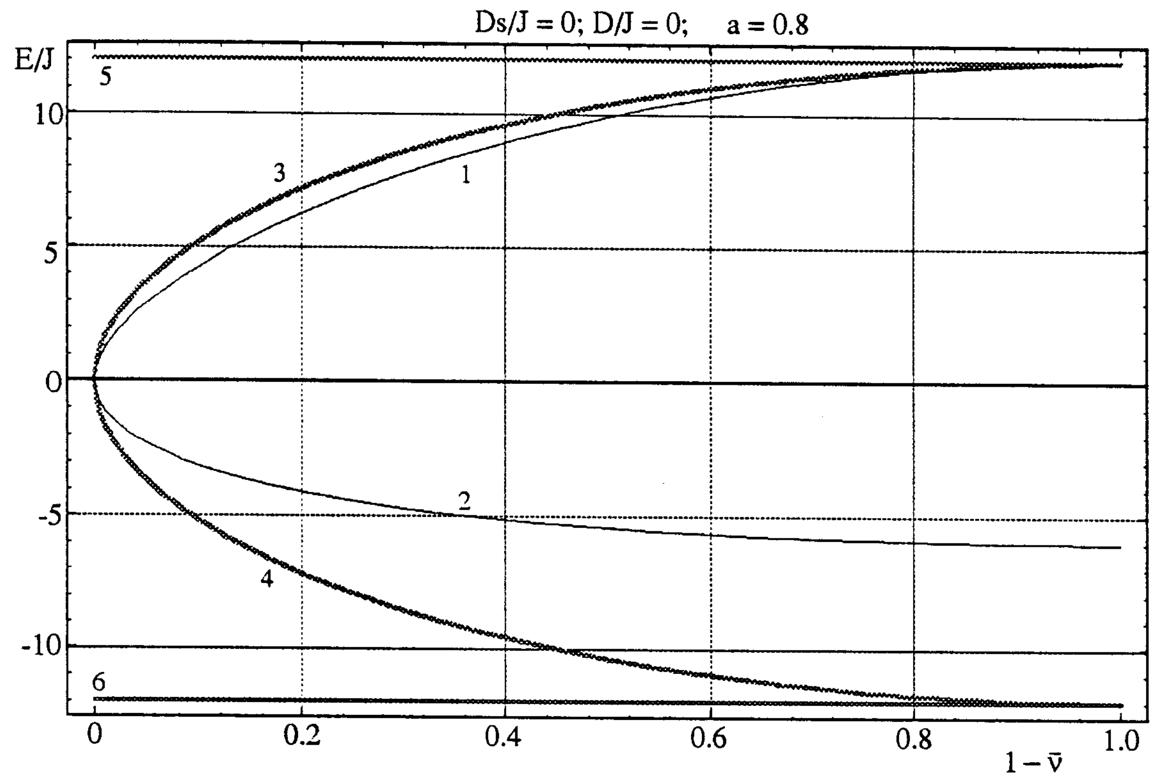


Sl.10a

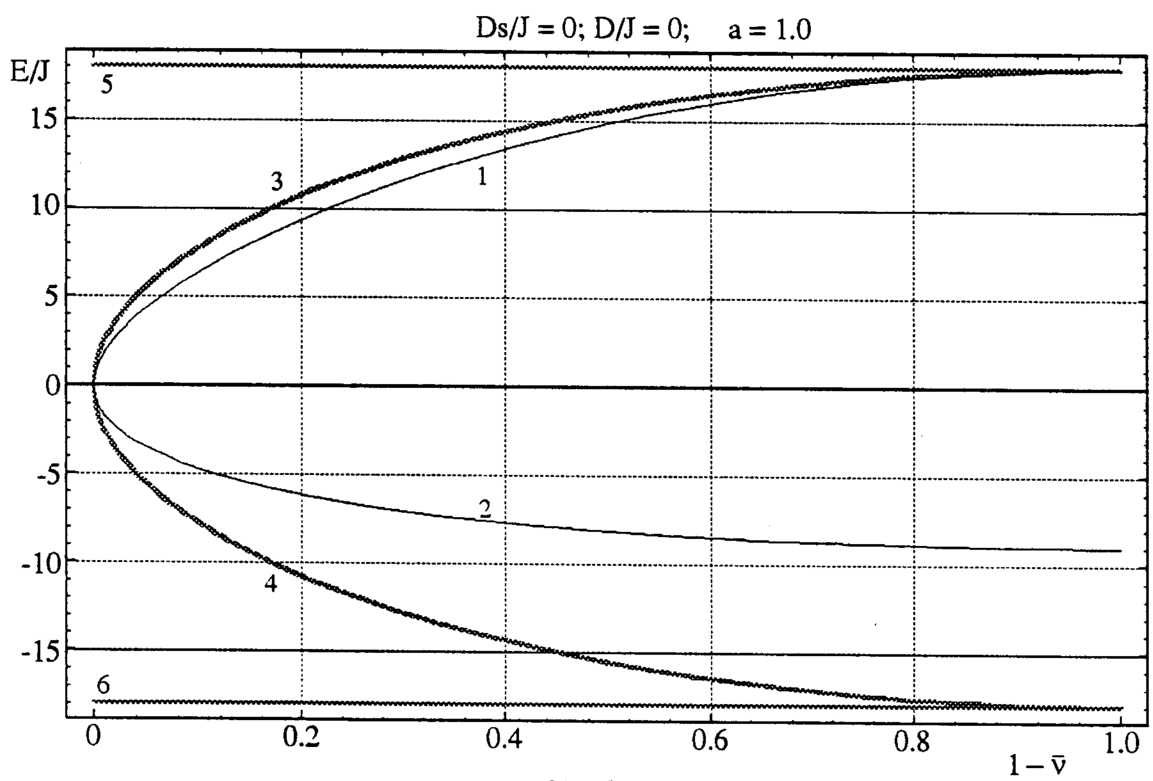


Sl.10b

1 — E_S^+
2 — E_S^-
3 — E_B^{BOTT+}
4 — E_B^{BOTT-}
5 — E_B^{TOP+}
6 — E_B^{TOP-}



SL. 10c



SL. 10d

1 — E_S^{+}

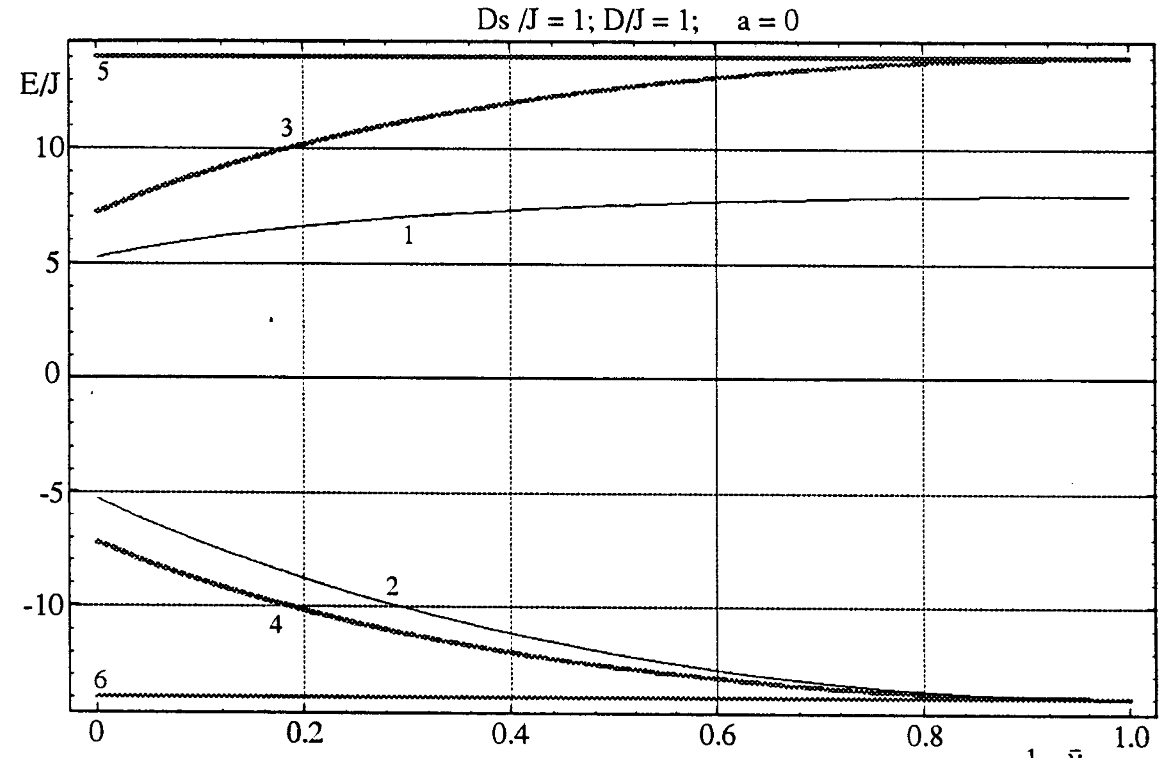
2 — E_S^{-}

3 — E_B^{BOTT+}

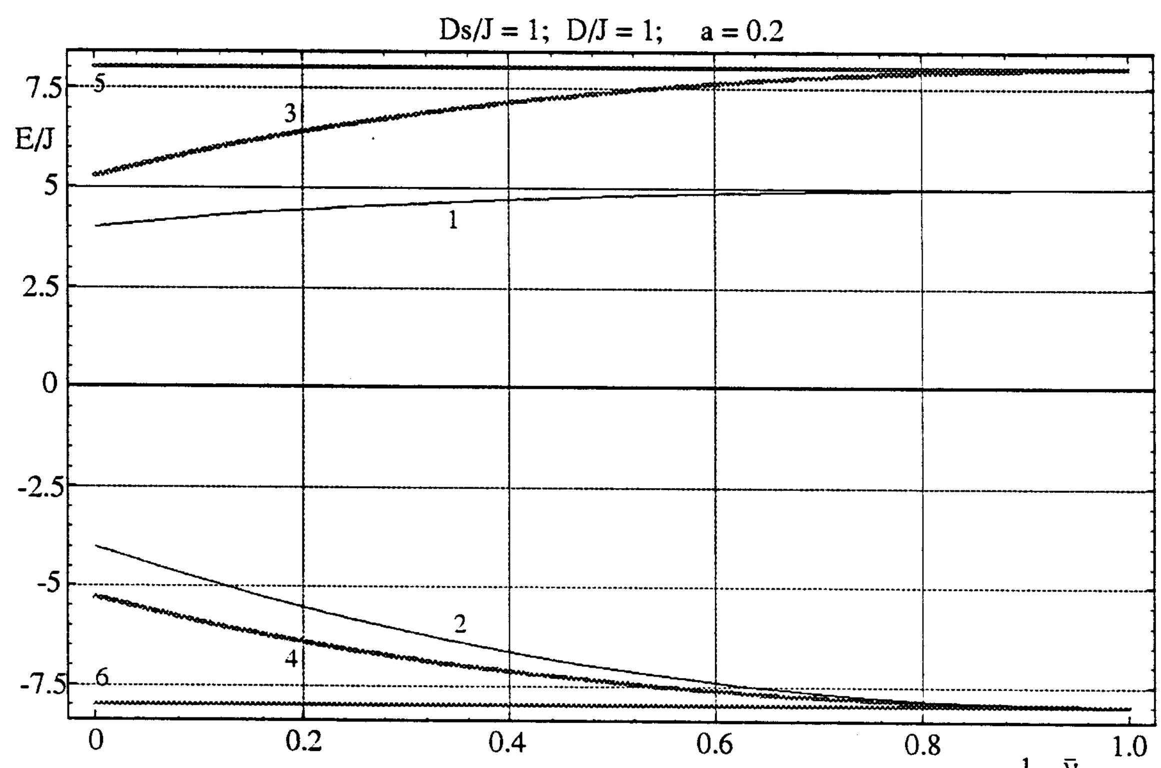
4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

6 — E_B^{TOP-}



SL. 11a



SL. 11b

$1 - E_S^{+}$

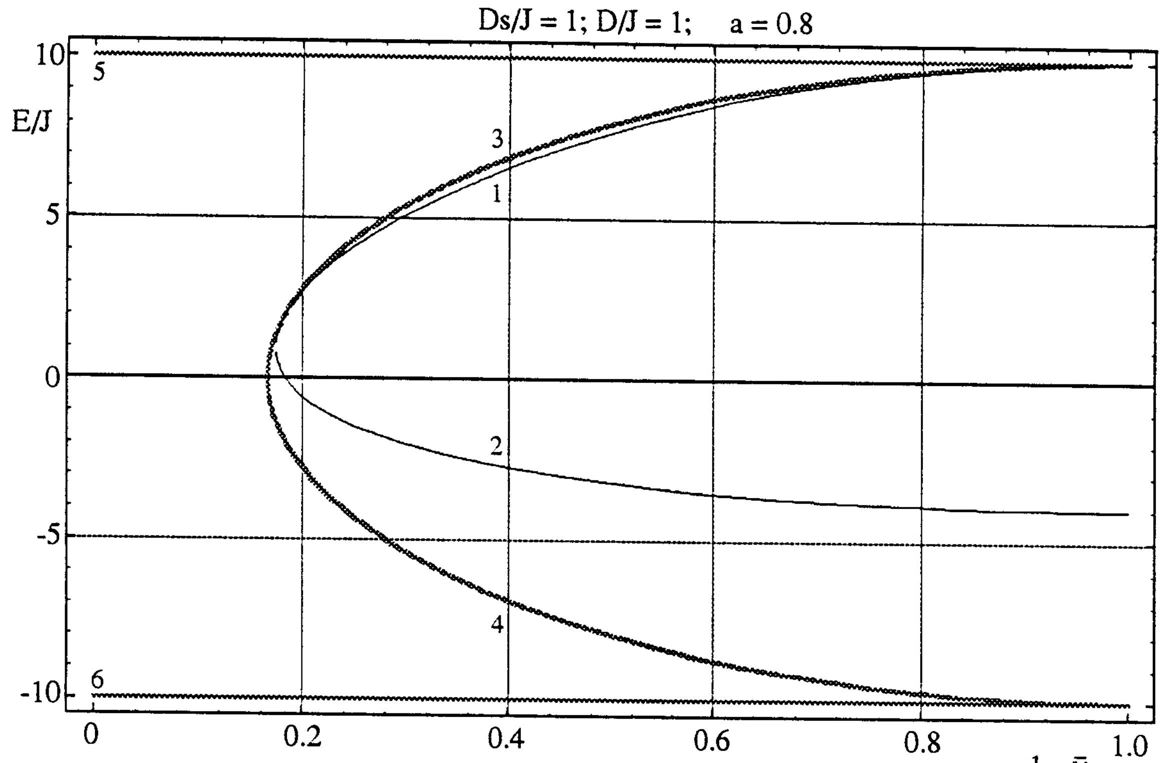
$2 - E_S^{-}$

$3 - E_B^{BOTT+}$

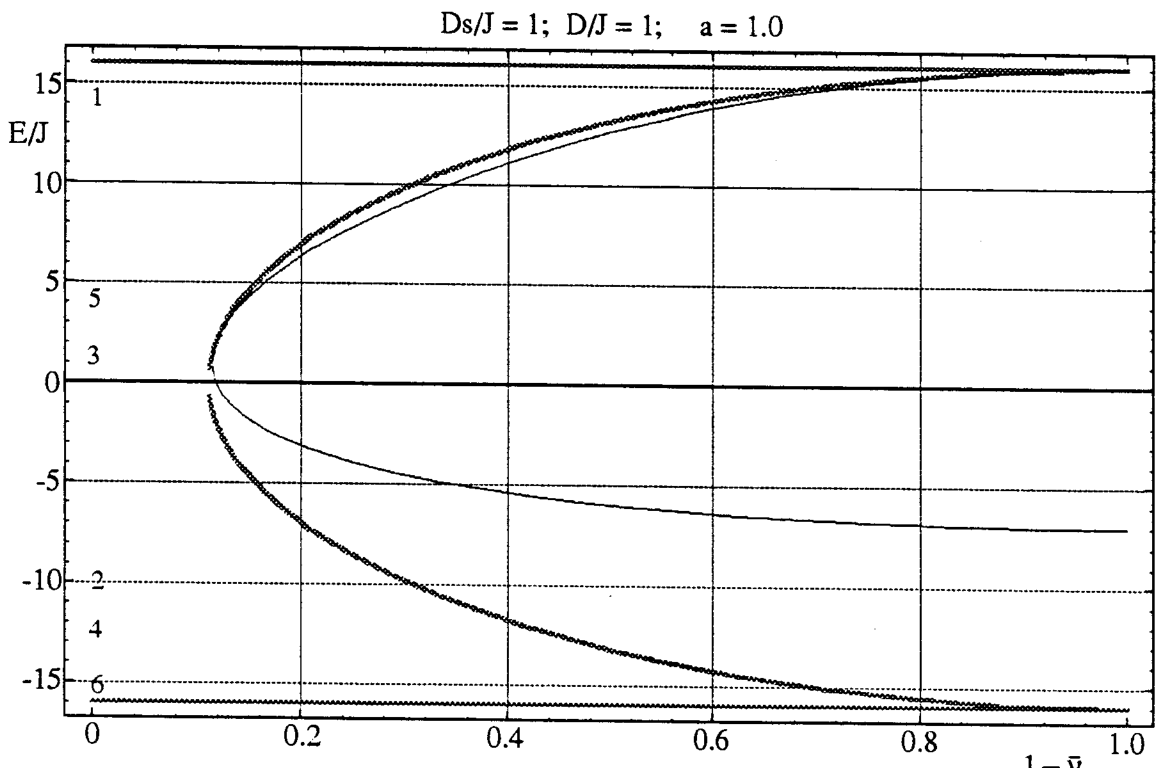
$4 - E_B^{BOTT-}$

$5 - E_B^{TOP+}$

$6 - E_B^{TOP-}$



SL. 11c



SL. 11d

1 — E_S^+

2 — E_S^-

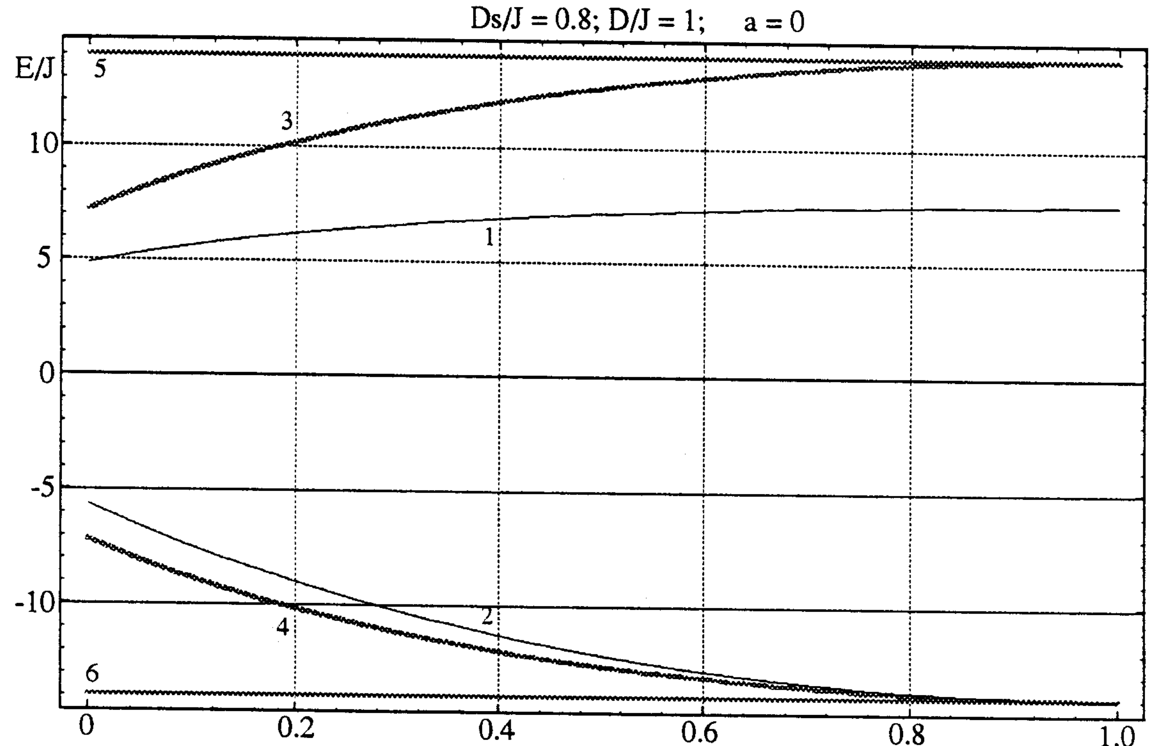
3 — E_B^{BOTT+}

4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

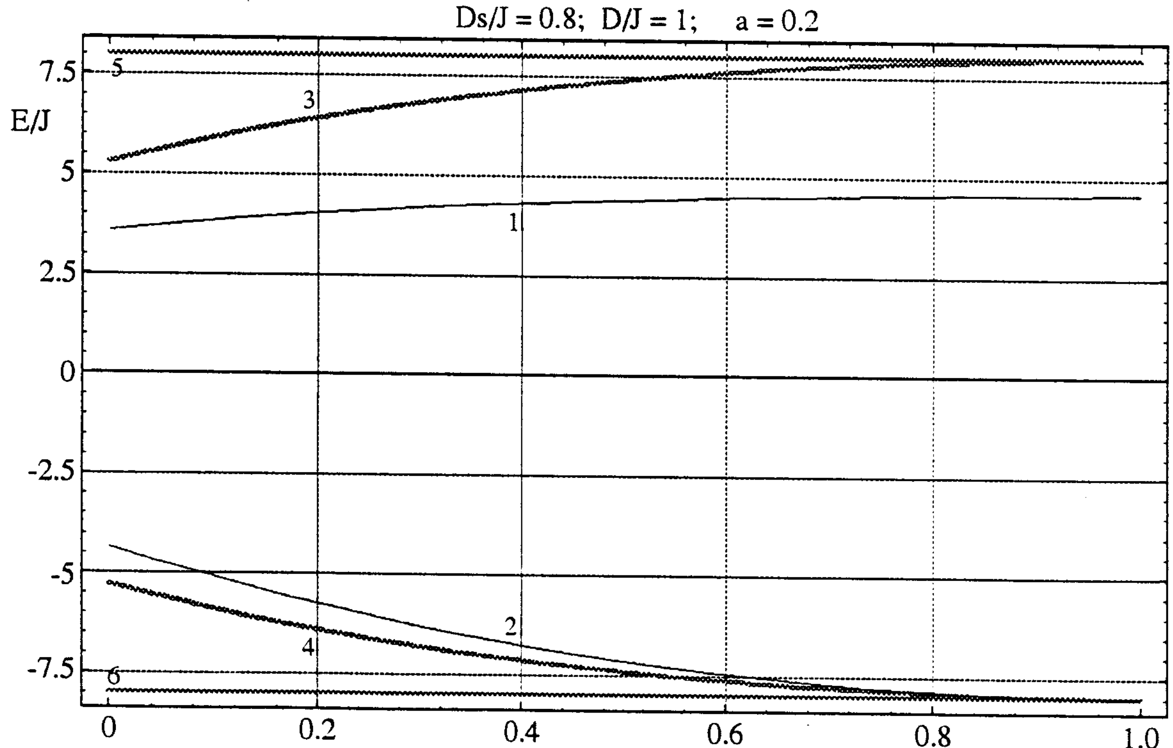
6 — E_B^{TOP-}

Ds/J = 0.8; D/J = 1;   a = 0



Sl. 12 a

Ds/J = 0.8; D/J = 1;   a = 0.2



Sl. 12 b

1 — E_S^+

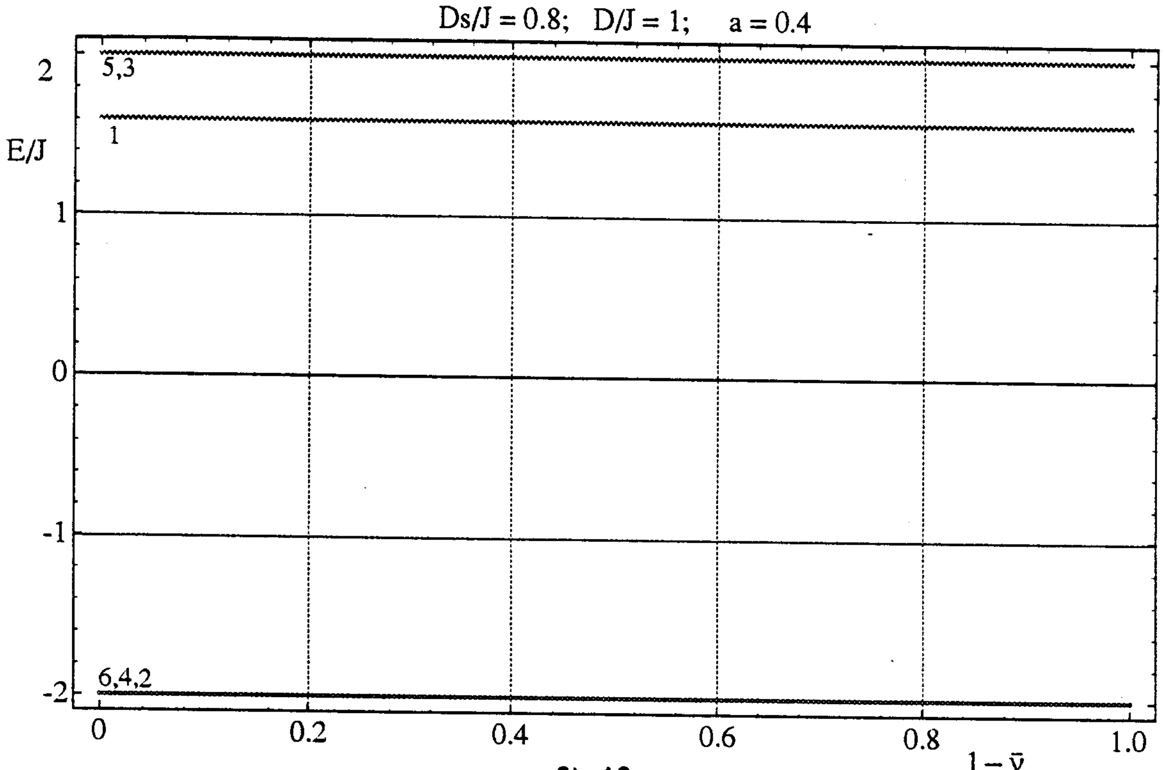
2 — E_S^-

3 — E_B^{BOTT+}

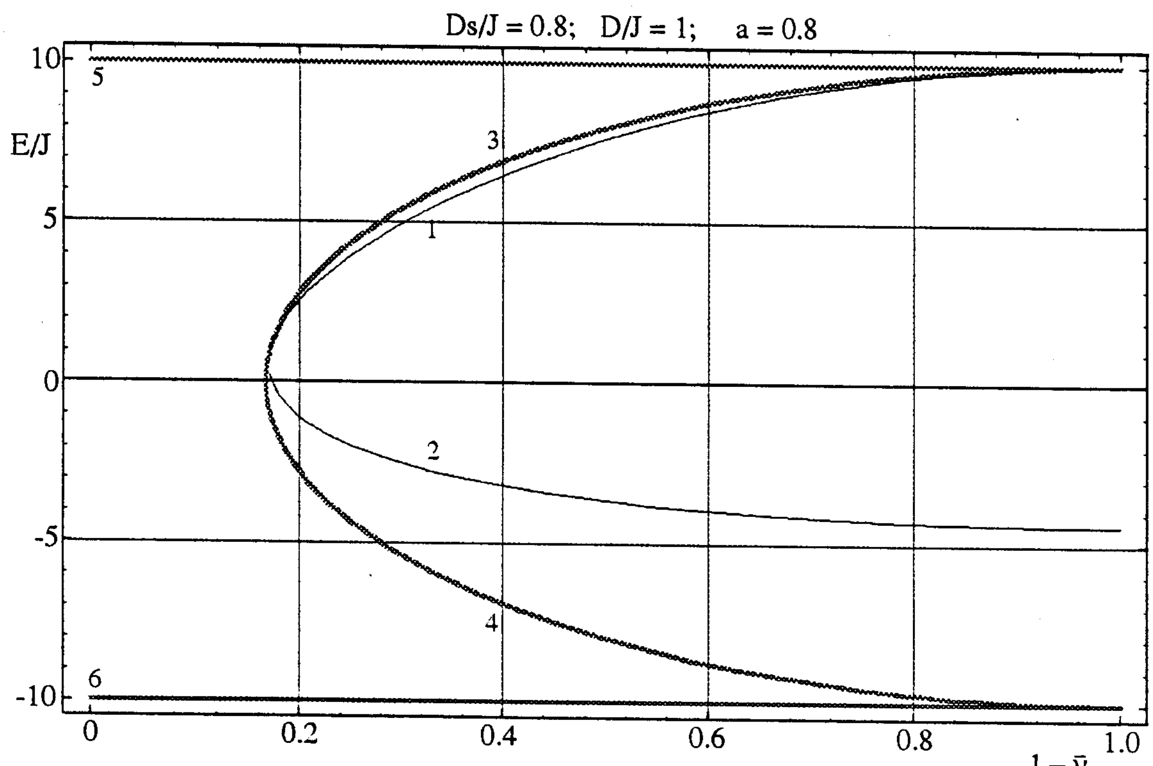
4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

6 — E_B^{TOP-}



Sl. 12c



Sl. 12d

1 — E_S^+

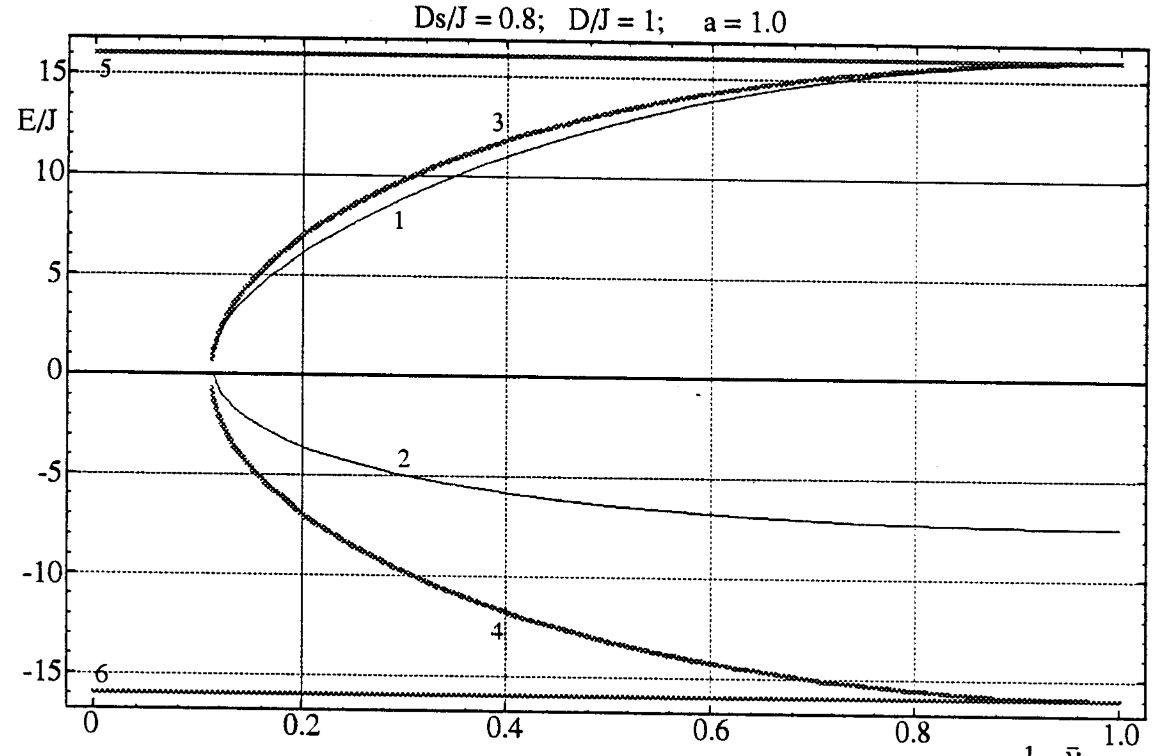
2 — E_S^-

3 — E_B^{BOTT+}

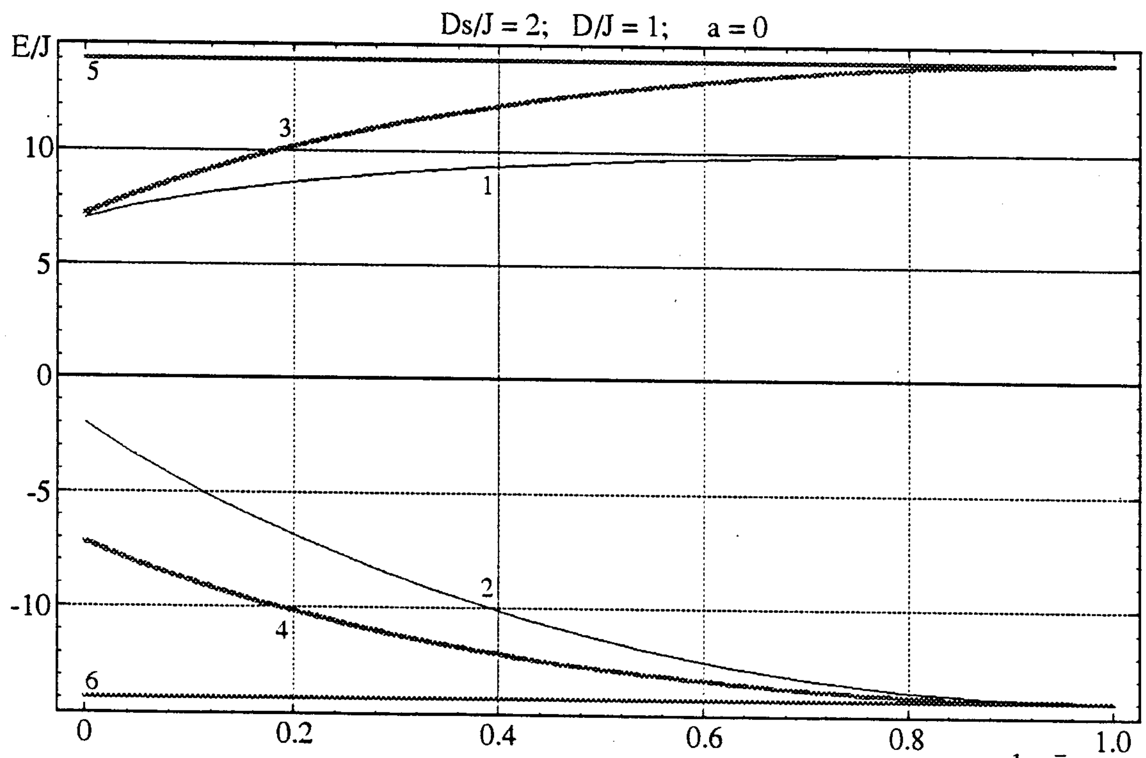
4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

6 — E_B^{TOP-}



Sl. 12 e



Sl. 13 a

1 — E_S^{+}

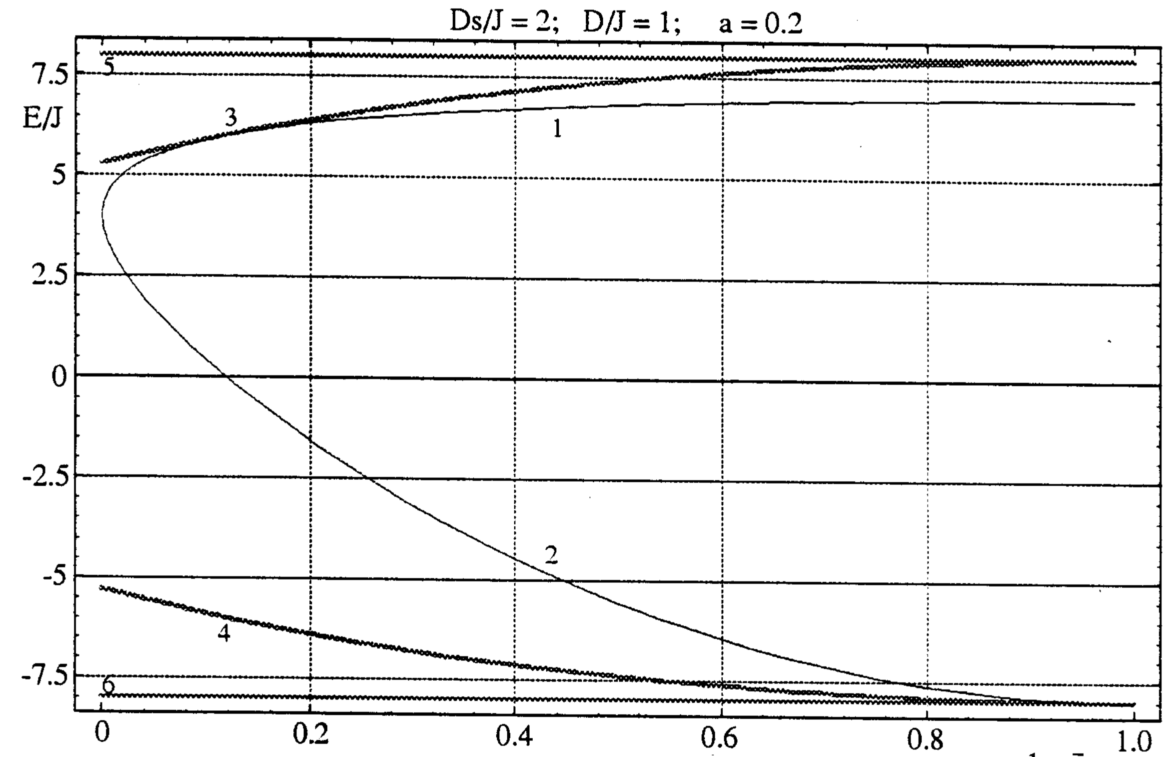
2 — E_S^{-}

3 — E_B^{BOTT+}

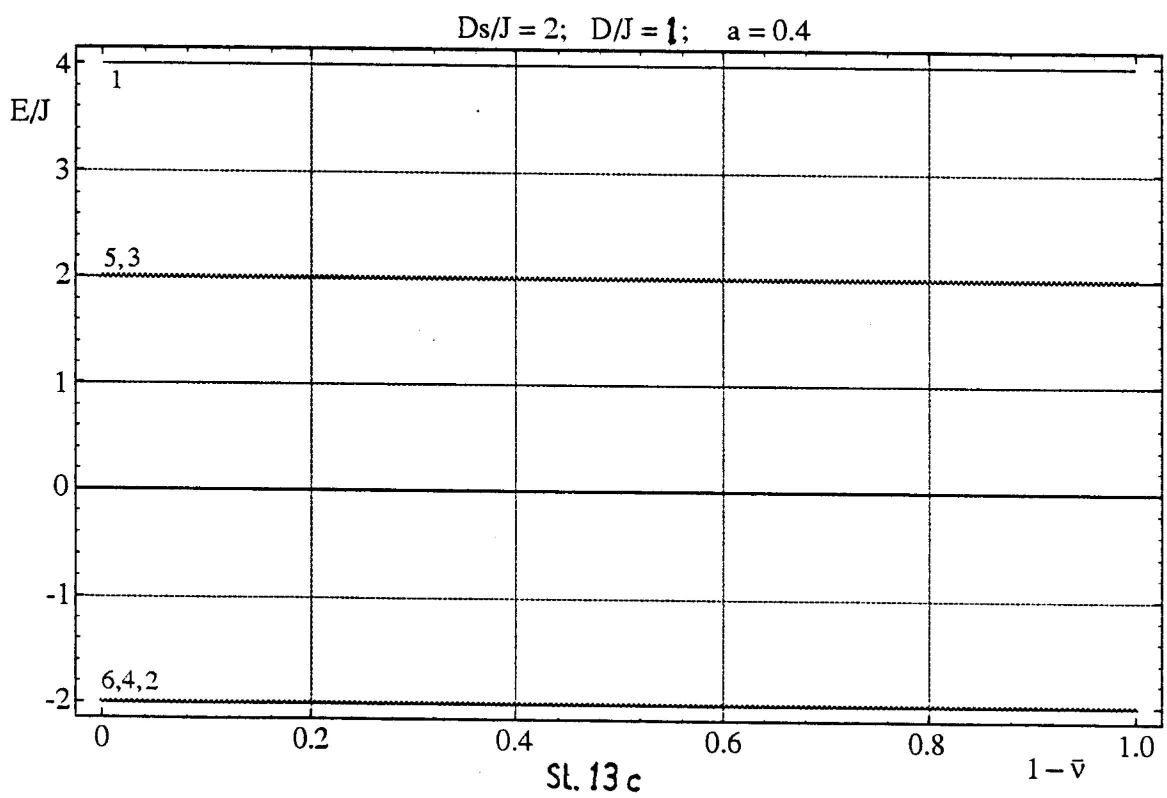
4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

6 — E_B^{TOP-}



Sl. 13 b



Sl. 13 c

1 — E_S^+

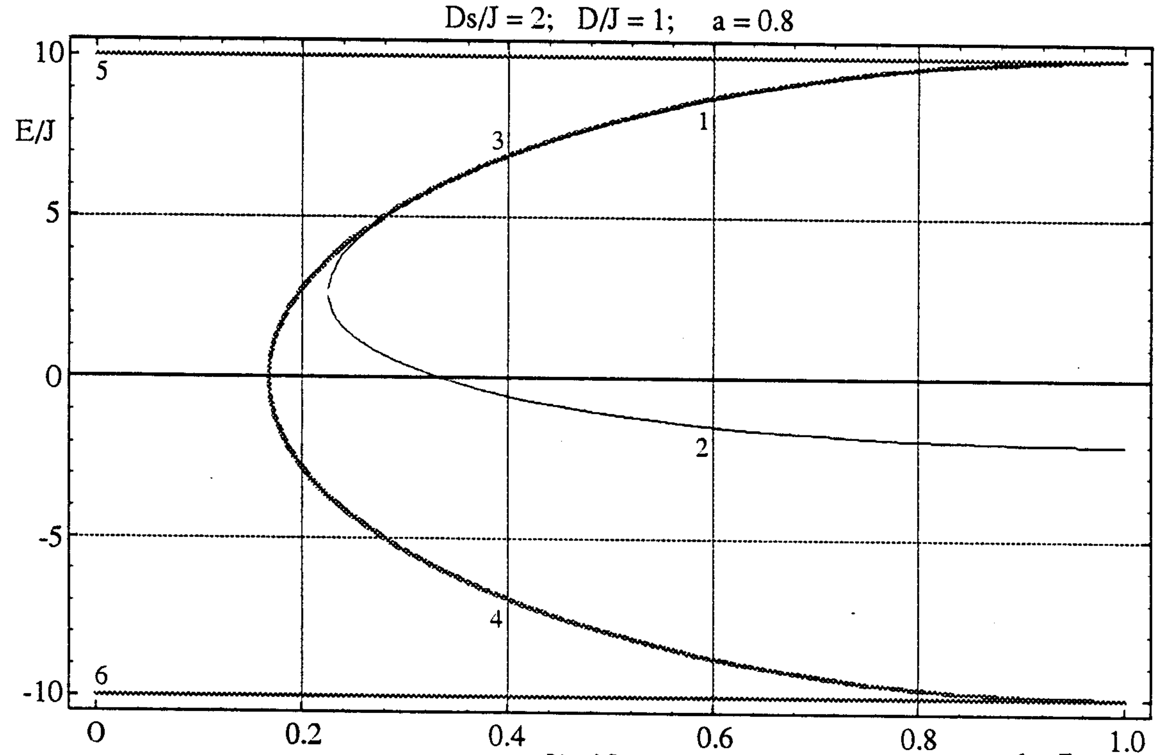
2 — E_S^-

3 — E_B^{BOTT+}

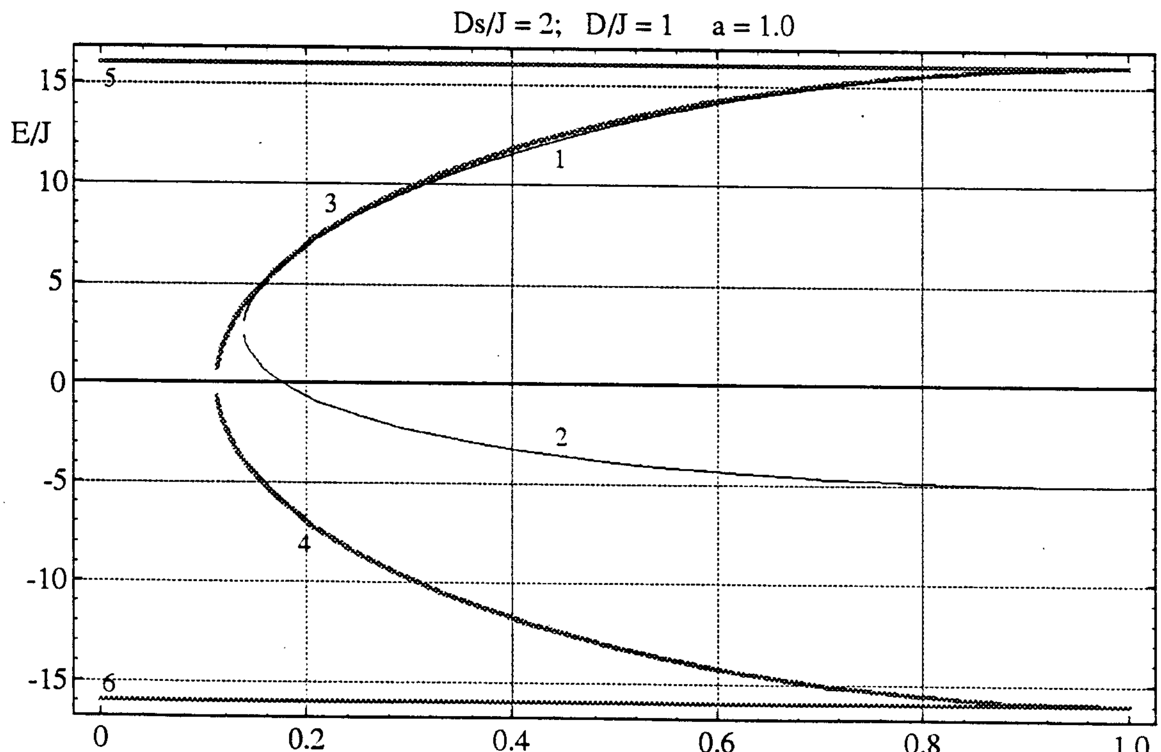
4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

6 — E_B^{TOP-}



SL 13d



SL 13e

1 — E_S^+

2 — E_S^-

3 — E_B^{BOTT+}

4 — E_B^{BOTT-}

5 — E_B^{TOP+}

6 — E_B^{TOP-}

Literatura

[1] D. C. Mattis, Department of Phys. , The University of Utah, Salt Lake City, UT 84112, USA

[2] A. Ćelić, Diplomski rad (P. M. F. Novi Sad 1995.)

[3] E. L. Nagaev, Magnetiki so slozhnymi obmennymi vzaimodeistviyami (nauka Moskva, 1988.)

[4] H. H. Chen, P. M. Levy, Phys. Rev. B7 (1913.) 4267.

[5] W. Z. Shen, Z. Y. Li, Phys. Lett. A168 (1992.) 151.

[6] D. Kapor, M. Škrinjar, S. Stojanović, Phys. Lett. A192 (1994.) 413

[7] T. Wolfram, R. E. De Wames, Phys. Rev. B185 (1969.) 762